ПРОГРАММА

по курсу «Дифференциальные уравнения»

Факультет	математический
Специальность	010101 – Математика
Семестр	3 – 4
Лекции	68 час.
Практические занятия	68 час.
Самостоятельная работа	84 часа
Форма проверки	экзамен 3 – 4 семестр зачет 3 семестр

Составитель: Бачурская А. Ф., кандидат физ.-мат. наук, доцент

Содержание лекционного материала

Введение. Естествознание и математические модели. Уравнение как основной объект изучения в математической модели. Модели, содержащие дифференциальные уравнения. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Основные задачи теории дифференциальных уравнений.

Основные интегрируемые типы уравнений I-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения, уравнения в полных дифференциалах.

Нормальная система дифференциальных уравнений I-го порядка. Векторная запись. Фазовое пространство. Решение системы дифференциальных уравнений. Интегральная кривая. Задача Коши.

Линейные системы дифференциальных уравнений (с комплексными коэффициентами и свободными членами). Матрично-векторная запись. Принцип суперпозиции.

Эквивалентность задачи Коши для линейной системы и интегрального уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейных систем.

Линейные однородные системы. Пространство решений. Фундаментальная система решений. Вронскиан. Критерий линейной независимости решений. Формула Остроградского – Лиувилля.

Представление общего решения при помощи фундаментальной матрицы. Множество фундаментальных матриц.

Метод вариации постоянных, формула Коши. Матрица Коши, её свойства.

Линейные системы с постоянными коэффициентами. Нахождение фундаментальной системы решений методом неопределенных коэффициентов.

Экспонента матрицы. Определение, основные свойства. Нахождение фундаментальной системы при помощи $\exp At$.

Матрица Коши системы с постоянными коэффициентами. Оценка $\|\exp At\|$.

Линейные уравнения n - го порядка. Сведение к линейным системам. Принцип суперпозиции решений. Пространство решений однородного уравнения. Вронскиан. Критерий линейной независимости решений. Линейные неоднородные уравнения n - го порядка, метод вариации. Функция и формула Коши.

Уравнения с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений уравнения с постоянными коэффициентами. Функция и формула Коши для уравнения с постоянными коэффициентами.

Нелинейные системы. Эквивалентность задачи Коши интегральному уравнению. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Теорема Пеано (без доказательства).

Непродолжимые решения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши на отрезке при выполнении условия Липшица.

Лемма Гронуолла – Беллмана. Непрерывная зависимость решения от параметров.

Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость при постоянно действующих возмущениях. Одновременная устойчивость (асимптотическая устойчивость) всех решений линейной системы.

Устойчивость (асимптотическая устойчивость) линейных систем и ограниченность (стремление к нулю при $t \to \infty$) решений однородной системы.

Устойчивость (асимптотическая устойчивость) систем с постоянными коэффициентами. Критерий Гурвица (без доказательства). Устойчивость по первому приближению. Постановка задачи. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема о неустойчивости (без доказательства).

Второй метод Ляпунова. Функции Ляпунова, производная в силу системы. Теорема Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова о неустойчивости (без доказательства).

Аналитические методы нахождения решений. Локальные и нелокальные аппроксимации. Метод последовательных приближений. Гладкость решений дифференциальных уравнений. Разложение решения по формуле Тейлора в степенной ряд. Понятие об асимптотическом разложении в окрестности бесконечной точки.

Нелокальные аппроксимации. Дифференцируемость решения задачи Коши по параметру, по начальным значениям и начальному моменту. Метод малого параметра. Пример. Понятие об асимптотическом решении линейного уравнения 2-го порядка с большим параметром.

Краевые задачи Штурма – Лиувилля. Основные понятия. Пример. Теорема об альтернативе. Интегральное представление решения неоднородной задачи. Функция Грина. Спектральная задача. Собственные значения и собственные функции краевой задачи. Пример. Теорема существования собственных значений.

Автономные системы. Три вида траекторий. фазовая плоскость линейной однородной системы 2-го порядка.

Литература

Учебники:

I. *Основная:*

1. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения.
2. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
4. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и варицproperное исчисления.
5. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений.

II. *Дополнительная:*

1. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
2. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.
4. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости.
5. Еругин Н. П. и др. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задачники:

1. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям.
2. Краснов М. Л. и др. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям.
3. Матвеев Н. М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям.
4. Бачурская А.Ф., Гетманцева Т.И., Засядко О.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум.