МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Кубанский государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
и инновациям, профессор
М.Г. Барышев
“ ” 2015

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

для подготовки аспирантов

Специальность
01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Форма обучения
Очная

Краснодар
2015

Введение

Настоящая экзаменационная программа соответствует утверждённому паспорту научной специальности 01.01.02. В основу программы положены следующие дисциплины: обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными, а также ряд отдельных вопросов функционального анализа и теории функциональных пространств. Программа предполагает знание экзаменуемым основных положений и результатов указанных дисциплин и умение их использовать для решения прикладных задач. Объём программы, в целом, соответствует курсам, читаемым для студентов и магистрантов на факультете МКН КубГУ.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля—Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
4. Автономные системы дифференциальных уравнений. Положения равновесия. Классификация особых точек. Предельные циклы.
5. Теорема Пуанкаре-Бендиксона. Бифуркации рождения цикла из положения равновесия. Теорема Хопфа. Мягкие и жесткие бифуркации.
6. Устойчивость по Ляпунову. Первый метод Ляпунова. Характеристические показатели. Второй метод Ляпунова. Теоремы об устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости.
7. Функции Ляпунова для линейных автономных систем. Теорема об устойчивости по первому приближению.
8. Орбитальная устойчивость. Устойчивость периодических решений автономной системы. Критерий Пуанкаре орбитальной устойчивости.
9. Задачи вариационного исчисления с подвижными и неподвижными границами. Необходимые условия в форме уравнений Эйлера. Достаточные условия.
10. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем.
11. Задача с закрепленным временем. Связь принципа максимума с методом динамического программирования. Уравнение Беллмана.
12. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
13. Задача Штурма—Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
14. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
15. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона—Якоби.
16. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши—Ковалевской.
17. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.
18. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)
19. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)
20. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)

21. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.

22. Пространства Соболева W_p^m. Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.

23. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.

24. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).

25. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.

26. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.

27. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

28. Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Метод последовательных приближений. Теорема Фредгольма. Эрмитовы ядра. Теорема Гильберта-Шмидта.

29. Некорректно поставленные задачи. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода и методы их регуляризации.

30. Общие методы регуляризации некорректно поставленных задач.

Основная литература

1. Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения. - Изд.Лань, 2008, 288с., ISBN:978-5-8114-0677-7
2. Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности. - Изд. Физматлит, 2012, 332с. ISBN: 978-5-9221-1377-9
3. Галеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин С.В. Оптимальное управление. - Изд.МЦНМО, 2008, 320с., ISBN: 978-5-94057-367-8
4. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.:ФизМатЛит, 2009.
5. Цалюк З.Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Краснодар: Просвещение-Юг, 2009.

Дополнительная литература

1. Братусь А. С., Новожилов А. С., Платонов А. П. Динамические системы и модели биологии. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 400 с., ISBN 9785922111928
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977.
3. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. СПб.: Издательство «Лань», 2009
4. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2000.