Программа вступительного испытания
по математике
для поступающих на направление подготовки магистратуры
01.04.01– Математика

Математика

Алгебра

Системы алгебраических линейных уравнений. Пространство решений системы линейных однородных уравнений, фундаментальная система решений.

Алгебра матриц. Обратная матрица. Критерий обратимости. Ранг матрицы.

Кольцо многочленов от одной переменной. Простые и кратные корни многочленов. Основная теорема алгебры и неприводимые многочлены над полями R и C.

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

Группа, подгруппа. Разбиение группы на смежные классы по подгруппе. Теорема Лагранжа.

Свойства числовых сравнений. Теоремы Ферма и Эйлера.

Математический анализ

Предел числовой последовательности. Основные свойства предела. Условия существования конечного предела (критерий Коши и случай монотонной последовательности). Определение предела в R^n.

Предел функции в R и R^n. Основные свойства. Условия существования предела.

Непрерывность функций многих переменных. Свойства непрерывных функций на компактах.

Теорема Лагранжа о среднем значении и следствия из нее. Формула Тейлора.

Первообразная и простейшие правила интегрирования.

Определенный интеграл и его свойства. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

Числовые ряды, сумма ряда. Простейшие признаки сходимости.

Функциональные последовательности (ряды). Поточечная и равномерная сходимости, примеры. Свойства предельной функции (суммы ряда).

Дифференцируемость функции одной переменной, определение производной. Основные правила вычисления производной. Производная сложной функции. Производные элементарных функций.

Дифференцируемость функций многих переменных. Дифференциал и его вычисление. Достаточные условия дифференцируемости.

Локальный экстремум функции одной переменной. Необходимые и достаточные условия экстремума.

Локальный экстремум функций многих переменных. Необходимые условия экстремума. Знакоопределенность квадратичной формы $\sum_{i,j=1}^{m}\frac{\partial^2 f(x_0)}{\partial x^i \partial x^j}h^i h^j$ и достаточные условия экстремума функции многих переменных. Критерий Сильвестра.

Теория функций комплексного переменного

Условия Коши-Римана и наличие производной $f'(z_0)$. Понятие конформного отображения. Достаточное условие конформности.

Различные точки зрения в построении теории голоморфных функций.

Теорема Коши (доказательство с использованием формулы Грина). Теорема Морера.

Классификация изолированных особых точек голоморфной функции. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса.

Принцип аргумента. Теорема Руше и ее применения. Понятие аналитического продолжения голоморфной функции. Принцип симметрии Римана-Шварца.

Функциональный анализ

Гильбертовы пространства. Теорема о проекции.

Обратимость линейных операторов. Теорема Банаха об обратном операторе.

Спектр и резольвента линейного оператора.

Теория Фредгольма. Интегральные уравнения с симметричным ядром.

Принцип сжимающих отображений.

Теория и методика обучения математике

Цели и содержание обучения математике. Концепция современного школьного математического образования. Математические понятия. Определение математических понятий.

Математические предложения: аксиомы и теоремы. Виды теорем. Методика работы с теоремами. Роль задач в обучении математике. Методика обучения школьников решению математических задач. Урок математики: цели, содержание, метода и формы обучения. Типы уроков.

Линия числа в школьном курсе алгебры. Методика изучения числовых множеств.

Линия тождественных преобразований в школьном курсе математики и её взаимосвязь с другими линиями школьного курса математики. Этапы изучения основных типов тождественных преобразований.

Линия уравнений и неравенств в курсе алгебры средней школы. Основные подходы к изучению уравнений на примере темы «Квадратные уравнения».

Функциональная линия в курсе математики основной школы. Формирование понятия функции в курсе алгебры основной школы.

Методика изучения элементов математического анализа в средней школе. Введение понятия производной и правил вычисления производных элементарных функций.

Цели изучения геометрии в современной школе и их реализация при изучении основных разделов планиметрии.

Основная литература

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел [Электронный ресурс]. – СПб.: Лань, 2009. – URL: http://e.lanbook.com/view/book/46/.
2. Волковысский И.М., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2763.
3. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. – М.: Академия, 2006.

4. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу. – М., 2009.

5. Денищева Л.О., Захарова А.Е., Кочагина М.Н. Теория и методика обучения математике в школе. Под ред. Денищевой Л.О. – М.: Бином Лаборатория знаний, 2011.

6. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. Ч 1. Предел, непрерывность, дифференцируемость. – М., 2010, http://e.lanbook.com/view/book/2226/

7. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. Ч.2. интегралы, ряды. – М., 2010, http://e.lanbook.com/view/book/2225/

8. Курош А.Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс]. – СПб.: Лань, 2011. – URL: http://e.lanbook.com/view/book/2050/.

9. Малова И.Е., Горохова С.К., Малинникова Н.А.Теория и методика обучения математике в средней школе. – М.: Владос, 2009.

10. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 2009.

11. Пуляев В.Ф., Цалюк З.Б. Сборник задач по функциональному анализу. – Ижевск, 2010.

12. Софронова Н.В. Теория и методика обучения информатике. – М.: Высшая школа, 2006.

13. Стефанова Н.Л., Подходова Н.С., Орлов В.В., Иванов И.А. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под научн. редакцией Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2008.

14. Стефанова Н.Л., Подходова Н.С., Орлов В.В., Иванов И.А. и др. Методика и технология обучения математике. Лабораторный практикум: пособие для вузов / под научн. редакцией В.В. Орлова. – М.: Дрофа, 2007.

15. Темербекова А.А. Методика преподавания математики. – М.: Владос, 2005.

Дополнительная литература

1. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1972.

2. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, примеры, методология. – М.: Наука, 2007.

3. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. 1 – М.: Наука, 2007.

4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. – М.: Наука, 2006.
5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М., 2006.
6. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1-3 – М.: Высшая школа, 2006.
7. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. Ч. 3. Функции нескольких переменных. – М., 2003.
8. Методика обучения геометрии: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А.Гусев, В.В.Орлов, В.А.Панчишина и др.; Под ред. В.А.Гусева. – М.: Издательский центр «Академия», 2004.
9. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В.А.Оганесян, Ю.М. Колягин и др. – М.: Просвещение, 1980.
10. Тихонов А.Н., Васильев А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 2005.
11. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М., 2004.
12. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1,2,3. – М., 2001.