ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертационной работе Сыромятникова Павла Викторовича «Динамика сложных многослойных гетерогенных сред», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

1. Актуальность темы. Актуальность темы диссертационной работы П.В. Сыромятникова диктуется необходимостью изучения закономерностей динамических процессов в гетерогенных средах, обладающих сложными физико-механическими свойствами. Указанные процессы протекают, например, в литосферных плитах. Анализ сейсмической активности земной коры требует, в частности, учета сложной геометрии объекта исследования, упругой анизотропии, связанности механических, электромагнитных и тепловых эффектов, внутренних неоднородностей и повреждений различной природы. Поэтому сложность структуры литосферных плит и влияние огромного количества факторов на их сейсмическую устойчивость (и неустойчивость) объясняют отсутствие на сегодняшний день строго обоснованных математических моделей и расчетных схем нарастания сейсмической напряженности, что, в свою очередь, негативно отражается на методах прогноза землетрясений. Анализ распространения упругих волн в многослойных анизотропных средах представляет (помимо сейсмологии и геофизики) значительный интерес для многих других направлений науки и техники, таких как создание новых композиционных материалов, устройств акустоэлектроники и оптоэлектроники, производство деталей и элементов конструкций из композиционных материалов, применяющихся в машиностроении и судостроении, авиации и космонавтике. Анализ волновой картины, связанной с возбуждением волн поверхностными или внутренними источниками в упругой среде, является важнейшим этапом решения обратных задач определения геометрических параметров скрытых неоднородностей и дефектов.

Тематика, выбранная соискателем, представляет также существенный теоретический интерес. В строгой постановке рассматриваемые в диссертационной работе П.В. Сыромятникова задачи, так же как и в других областях механики и математической физики, формулируются как смешанные краевые задачи для систем дифференциальных уравнений в частных производных. Часто они сводятся к решению интегральных уравнений и систем уравнений. Для классических областей смешанные краевые задачи сравнительно просто могут быть решены методом интегральных преобразований. Смешанные динамические задачи теории упругости для полуограниченных сред характеризуются тем, что им соответствуют интегральные уравнения и системы уравнений с быстро осциллирующими подынтегральными функциями, что подразумевает необходимость применения специальных методов исследования таких уравнений. Предложены различные методы решения таких интегральных уравнений. Необходимо отметить, что значительный вклад в развитие методов решения интегральных уравнений и систем интегральных уравнений динамических и статических задач теории упругости внесли И.И. Ворович и В.М. Александров. Попытка реализации указанных методов приводит к тому, что исследователь сталкивается с неустойчивыми численными процедурами и плохо обусловленными промежуточными системами линейных алгебраических уравнений.

Все перечисленное выше свидетельствует в пользу актуальности темы диссертационного исследования.

2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций. В основу диссертационного исследования соискателем была положена адекватная математическая модель динамической теории упругости анизотропных тел в сочетании, с моделями электроупругости и теплопроводности. Автором диссертационной работы были тщательно изучены и проанализированы результаты других исследователей в области смешанных динамических задач анизотропной теории термоэлектроупругости. На основе проведенного анализа им были предложены такие методы решения задач, сформулированных как цель работы, которые лучше всего поддаются обоснованию с точки зрения теории уравнений в частных производных математической физики и обеспечивают эффективные устойчивые алгоритмы численных расчетов.

Основные положения диссертации обосновываются с помощью проведенных в работе доказательств целого ряда теоретических утверждений, относящихся к проблеме аналитического и численно-аналитического вычисления двойных интегралов Фурье по пространственным переменным, которая является наиболее трудной частью метода интегральных преобразований. Для подтверждения теоретических положений и эффективности предложенного подхода автором выполнено решение ряда прикладных задач, проведено сравнение расчетных и экспериментальных результатов. То же самое можно сказать и в отношении известных решений, полученных ранее другими авторами.

3. Научная новизна результатов исследования. Научная новизна проведенных исследований, в основном, заключается в следующем:

1. Разработан устойчивый численно-аналитический метод построения символа Фурье блочной матрицы Грина многослойной полуограниченной анизотропной термоэлектроупругой среды с физическими неоднородностями различной природы;
2. Предложены новые численные методы и алгоритмы расчета интегральных представлений решений двумерных смешанных задач ани-

зотропной термоэлектроупругости для многослойных сред об установившихся гармонических колебаниях (без начальных условий) в форме двойных интегралов Фурье. Продемонстрированы их сравнительная точность, эффективность и экономичность.

3. Реализован новый подход к вычислению возмущений на поверхности изотропного упругого слоя, генерируемых движущимся с постоянной скоростью осциллирующим поверхностным источником, в двумерной и трехмерной постановках в широком диапазоне скоростей и частот;
4. Получены новые численные результаты, позволяющие адекватно моделировать различные электротермомеханические процессы в ближних и дальних зонах в термоэлектроупругой среде, обусловленные действием механических, тепловых и электрических источников как на поверхности, так и внутри полуограниченной многослойной среды;
5. Построены решения ряда важных прикладных задач: об идентификации параметров трещины в упругом слое; об осциллирующем источнике, движущемся по поверхности упругого изотропного слоя; о локализации пространственных зон дилатансии в упругом слое.

4. Достоверность результатов диссертационной работы определяется систематическим использованием принципов и методов механики сплошных деформируемых сред, метода интегральных преобразований математической физики, применением асимптотических методов, методов вычислительной математики. В пользу достоверности свидетельствуют постоянное следование данным экспериментальных исследований и не вызывающим возражений теоретическим принципам, а также систематическое сведение полученных результатов к известным частным и предельным случаям.

5. Практическая значимость. Диссертационная работа характеризуется достаточно ярко выраженной прикладной направленностью, однако ряд результатов соискателя представляют еще и существенный теоретический интерес. Методы вычисления двойных интегралов Фурье представлений решений смешанных краевых задач термоэлектроупругости могут быть применены к широкому спектру задач механики и физики, поскольку метод интегральных преобразований и интегралы Фурье находят весьма широкое применение в различных областях механики деформируемого твердого тела, гидромеханике, радиофизике, термоэлектронике.

Результаты выполненной соискателем работы могут быть использованы в инженерных расчетах, в которых предполагается учет возмущений, вызываемых движущимся по поверхности источником, при проектировании современных высокоскоростных транспортных средств, транспортной инженерной инфраструктуры, а также виброизоляционных механизмов для наземных и подземных конструкций и сооружений.

Практическую ценность для неразрушающего контроля деталей и конструкций (в частности, в области ультразвуковой и тепловой дефектоскопии) могут представлять также решения задач, связанных с возбуждением в упругой среде поверхностными (или внутренними) источниками волновых и тепловых полей. Подобные рода решения являются одним из самых важных этапов в ходе исследования обратных задач определения параметров скрытых неоднородностей.

6. Структура работы и основное научное содержание разделов работы. Рукопись диссертации составляет два тома. В первом томе содержатся: введение, шесть глав, заключение, библиографический список (350 источников) и список иллюстративного материала. Второй том целиком состоит из приложений (16 рубрик), которые включают иллюстрации к материалу пятой и шестой глав.

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследования, научная новизна и практическая ценность полученных результатов. Кратко излагается содержание глав. Уточняется личный вклад соискателя в опубликованные по тематике диссертации научные работы.

Первая глава носит вводный характер. В ней излагаются необходимые математические понятия и факты, касающиеся факторизации функций и матриц-функций, применения факторизационного метода (метода Винера–Хопфа) к решению функциональных уравнений (которые получаются при решении двумерных контактных задач теории упругости для полуплоскости), приводится общая схема дифференциального метода факторизации для случая блочных структур, описывается топологический подход в теории блочных структур при наличии разноразмерных блочных элементов, описывается метод фиктивного поглощения.

Во **второй главе** приводятся основные уравнения механики термоэлектроупругого тела и постановки начально-краевых задач динамики в следующем приближении: скорость распространения тепла считается бесконечной, скорость распространения электрического поля также бесконечна, конечна лишь скорость передачи упругого импульса. Подробно обсуждаются различные варианты механических, электростатических и термических граничных условий. Указанные постановки лежат в основе математического моделирования динамических процессов в многослойных средах с неоднородностями. В итоге получена система дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, для которой формулируются начальные и граничные условия различных типов. Затем общая задача расщепляется на вспомогательные задачи. Осуществляется вывод функционально-матричных соотношений в образах Фурье и Лапласа. Двумерная начально-краевая задача после применения интегральных преобразований Фурье и Лапласа к дифференциальным уравнениям приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Она получена (раздел 2.4.2) в операторной форме, то же самое относится и к граничным условиям. Далее (раздел 2.4.3) описывается процедура сведения смешанной начально-краевой задачи к системе матричных интегральных уравнений первого рода (см. формулы (2.4.3.10)–(2.4.3.12)). Затем (раздел 2.4.4) получены интегральные представления решений рассматриваемых начально-краевых задач. Только после этого появляется возможность дать четкую конкретную формулировку основной задачи исследования, которая состоит в разработке эффективных численно-аналитических алгоритмов построения символов блочных матриц Грина для многослойных термоэлектроупругих сред, возможно, содержащих внутренние плоские неоднородности, и расчета интегралов Фурье (вида (2.4.4.9)) для гармонических процессов.

В **третьей главе** с необходимой степенью подробности описываются методы построения символов блочных матриц Грина для многослойных термоэлектроупругих сред как без внутренних неоднородностей (такая задача построения обозначается в работе как задача 1), так и при наличии внутренних неоднородностей (задачи 2, 3) различной физической природы. Рассматриваются однородный слой, электроупругое полупространство, термоэлектроупругое полупространство, многослойный пакет слоев и многослойное полупространство, колебания в которых генерируются поверхностным источником. Приводятся три алгоритма построения символа матрицы Грина; прямой (разделы 3.1.4.1, 3.2.2), рекурсивный (разделы 3.1.4.2, 3.2.3) и алгоритм, расширяющий допустимый диапазон волновых чисел для вычисления символа блочной матрицы (разделы 3.1.6, 3.2.6). Раздел, посвященный однородному электроупругому полупространству, содержит большое число лемм, справедливых, в основном, только для упругого и электроупругого случая. В разделе 3.3 рассматриваются некоторые асимптотические свойства символов блочных матриц Грина.

В **четвертой главе** обсуждаются различные методы вычисления интегральных представлений в форме двойных интегралов Фурье, в которых содержится информация о решениях пространственных краевых задач для анизотропных, электроупругих и термоэлектроупругих композитных материалов, волновая картина в которых генерируется заданными поверхностными или внутренними гармоническими источниками; по классификации автора это – «метод контурного интегрирования», «метод прямого контурного интегрирования», «метод интегрирования вычетов для осесимметричного источника», «метод интегрирования вычетов для несимметричного источника», «метод интегрирования вычетов в дальней зоне», «асимптотические представления метода интегрирования вычетов в дальней зоне». Автор в самом начале четвертой главы (на с. 115–120) приводит довольно подробный обзор литературных источников по методам вычисления двойных интегралов Фурье и высказывает доводы в пользу «метода прямого контурного интегрирования».

Метод контурного интегрирования (раздел 4.1) достаточно хорошо известен и заключается в вычислении несобственных интегралов, фигурирующих в интегральных представлениях решений краевых задач теории упругости, электроупругости и термоэлектроупругости, при котором контуры интегрирования отклоняются в комплексную плоскость в окрестности вещественных полюсов согласно условиям излучения; при реализации вычислений бесконечные контуры заменяются конечными, а интегрирование производится численно.

Метод интегрирования вычетов для осесимметричного источника рассматривается в разделе 4.2 и предназначен для вычисления интегралов Фурье вида (4.2.3). В результате получается интегралы в форме (4.2.49), которые легко поддаются асимптотическому анализу в «дальней зоне» и получается асимптотика (4.2.53). Для осесимметричного источника в случае изотропной среды двойной интеграл Фурье сводится к однократному. В разделе 4.3 производится обобщение метода на случай несимметричного источника. Здесь изложение сопровождается рядом примеров, поясняющих особенности применения этого метода.

Поскольку предложенные в разделах 4.1, 4.2 и 4.3 методы вычисления интеграла Фурье и полученные выражения для вектора смещений дают достаточно хорошую точность в ближней зоне и позволяют получить приемлемый результат при большом удалении от источника, но все-таки приходится констатировать, что по причине увеличения осцилляций подынтегральной функции время, требуемое для вычислений, увеличивается и, начиная с некоторого порогового значения радиальной переменной, вычисления данными методами становится практически невыполнимыми. В этом случае для оценки интегралов соискатель предлагает в разделе 4.4 применять метод стационарной фазы, который служит основным рабочим инструментом метода, обозначенного в диссертации как «асимптотическое представление метода интегрирования вычетов в дальней зоне». Стационарные точки должны удовлетворять фазовому уравнению; примеры его анализа имеются в том же разделе (с. 149–152).

В разделе 4.5 соискатель снова возвращается к «методу прямого контурного интегрирования»; там получены асимптотические оценки погрешности, связанной с заменой бесконечного контура интегрирования конечным контуром.

В следующем разделе 4.6 и в 4.7 (с. 152–173) рассматриваются модельные интегралы и даны их оценки, представляющие интерес с точки зрения «метода интегрирования вычетов».

В **пятую главу** вошли основные численные результаты, полученные с помощью методов, описанных в предыдущих главах. Начинается глава с обсуждения принципов излучения, используемых при построении символа матрицы Грина анизотропного полупространства, которому предшествует материал, посвященный уравнению Кристоффеля, из которого находятся фазовые скорости эдектроупругих волн в неограниченной анизотропной среде.

Затем (раздел 5.2) предложенные автором методы вычисления двойных интегралов Фурье применяются для расчета гармонических и нестационарных колебаний, возбуждаемых в анизотропных многослойных пакетах (композитах, композитных материалах) без внутренних неоднородностей поверхностными нагрузками различных типов (сосредоточенными или распределенными в ограниченных областях).

Поскольку анализ вещественных особых точек элементов символов блочных матриц–функций Грина необходим для правильного выбора контуров интегрирования в интегральных представлениях, для построения решения систем интегральных уравнений, расчета фазовых и групповых скоростей, определения условий локализации волнового процесса совокупностью неоднородностей и решения многих других проблем качественного и количественного анализа волновых процессов, то эти вопросы нашли свое отражение в разделе 5.3.

Далее (раздел 5.4) приводятся результаты расчетов смещений на поверхности и во внутренних областях изотропного двухслойного пакета, возбуждаемых одиночным внутренним источником типа трещины или жесткого включения, который может быть как сосредоточенным, так и распределенным. Затем (5.5) рассматривается задача о распределении напряжений в пакете упругих слоев, в общем случае анизотропных, возникающих под действием внутренних статических осесимметричных нагрузок, приложенных в ограниченных областях плоскостей раздела слоев. В разделе 5.6 описывается серия модельных расчетов связанных механических, тепловых и электрических возмущений, вызываемых внутренними гармоническими механическими, тепловыми и электрическими источниками. Амплитуды смещений, электрического потенциала и температуры найдены численно с помощью «метода интегрирования вычетов» и «метода прямого контурного интегрирования».

Раздел 5.7 целиком посвящен решению задачи об идентификации параметров трещины в упругом слое (двухслойный пакет с горизонтальной интерфейсной трещиной). Указанная задача в конце концов приводится к задаче условной оптимизации функции для определения значений которой требуется решение системы интегральных уравнений. В качестве алгоритма решения задачи оптимизации автор работы применяет различные методы (например, методы поиска паттернов).

Шестая глава посвящена численному моделированию возмущений в упругом слое, генерируемых подвижным осциллирующим источником поверхностных напряжений (сосредоточенный вектор нагрузок или распределенные в ограниченной области поверхностные напряжения), действующим на изотропный слой с жестко защемленной нижней гранью. Краевая задача формулируется в подвижной системе координат, связанной с источником, в предположении о существовании режима установившихся гармонических колебаний. Задача решается как в плоской, так и в пространственной постановках. На с. 225–229 приводится весьма подробный обзор работ по соответствующей проблематике. В разделе 6.1 приводится постановка краевой задачи, в 6.2 находится символ матрицы Грина для поверхностного подвижного осциллирующего источника и интегральное представление решения в форме двойного интеграла Фурье (6.2.12) или (в подвижной полярной системе координат) в форме (6.2.15). Дисперсионные кривые определяются численно в разделе 6.4 для плоской и пространственной задачи для слоя на жестком основании. В 6.5 определены вертикальные поверхностные возмущения для режима движения без осцилляций в плоском случае (в 6.7 – в пространственном случае). Глава заканчивается изложением выводов.

Заключение содержит характеристику результатов диссертационного исследования, сведения о его научной и практической значимости.

Оценивая работу **в целом** должен сказать следующее: суть ее состоит в разработке методов численного расчета двойных интегралов Фурье, исходя из специфики подынтегральных функций, соответствующих гармоническим смешанным задачам термоэлектроупругости и, как мне представляется, расширяет наши возможности по извлечению необходимой для прикладных исследований информации, которая в «зашифрованной» форме хранится в изображениях Фурье–Лапласа.

7. Замечания.

1. В работе имеются погрешности в терминологии. Так, например, температурный инкремент (превышение температуры над референциальной) называется почему-то «относительной» температурой (см. с. 52). Термин «доступный диапазон вычислимости подынтегральных функций» мне не представляется объективным (он объективен только в теории рекурсивных функций, где понятие о вычислимости и невычислимости является и формальным, и строгим). Ясно, что указанный термин без точного указания круга допускаемых вычисляющих алгоритмов не несет никакого научного содержания.

2. Обзорные сведения, касающиеся тематики диссертации, рассеяны по всему ее тексту и часто могут быть обнаружены в самых неожиданных местах. Такое положение дел не позволяет обзор, данный во Введении, считать полноценным.

3. При постановке задач о колебаниях многослойной среды с трещинами они трактуются как «описываемые теорией Гриффитса». Насколько я себе представляю, в теории Гриффитса речь идет об энергетическом критерии перехода ее стабильного состояния в состояние лавинообразного роста. Проблемы разрушения в диссертации не рассматриваются, поэтому снабжать модельное представление о трещине как о простом горизонтальном геометрическом разрезе дополнительной смысловой нагрузкой, не имеющей никакого отношения к исследованию, вряд ли целесообразно.

4. В работе вводится предположение о том, что «наряду с динамическими напряжениями, на ее берега действуют статические напряжения, препятствующие касанию верхних и нижних берегов трещины» (с. 17). Трудно себе представить, при каких условиях такая ситуация могла бы наблюдаться в реальных условиях.

5. На с. 123 диссертационной работы (и далее) упоминается о «принципе предельного поглощения» и его частом применении в ходе исследования.

Он заключается в оперировании с мнимыми частотами и требует соответствующей модификации уравнения движения, что приводит к комплексификации вещественных полюсов функций под интегралом Фурье. Мне кажется, что подобного положения дел можно было бы достичь, не подвергая модификации уравнения, а применяя обобщения интегрального преобразования Фурье: под интегралом Фурье, изображающим функцию $f(x)$, тогда появится экспоненциальный множитель $\exp(-\varepsilon\,|\,x\,|)$. Эффект смещения полюсов с вещественной оси будет обеспечен. Кроме этого, обобщенное преобразование Фурье можно будет выполнить и по пространственным переменным.

6. В значительной части работы нарушен баланс физических размерностей. Например, на с. 123 малый параметр ε в неравенстве $0<\varepsilon<<\omega$ должен иметь размерность частоты; в уравнении (4.1.8) отношение $\varepsilon\,/\,\rho$ должно иметь размерность частоты; а в уравнении (4.1.7) отношение $\varepsilon\,/\,\rho$ должно иметь размерность, отличающуюся от двух указанных.

7. Я не знаю по каким соображениям (думаю, что не по принципиальным), но соискатель старается избегать физически безразмерных форм уравнений. В диссертации отсутствуют безразмерные формы постановок краевых задач. То же самое можно сказать и о формах интеграла Фурье, которые анализируются численно. Например, в работе нет никаких указаний на то, какие пространственные масштабы считать характерными в различных ситуациях. Модель анизотропной термоэлектроупругости характеризуется достаточно большим числом определяющих постоянных. С помощью анализа размерностей можно было бы уменьшить число определяющих постоянных, заменив их безразмерными комбинациями, что позволило бы более экономично выполнить численный анализ.

8. Заключение.

Диссертация П.В. Сыромятникова, представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, является законченной научно-квалификационной работой, выполненной на достаточно высоком научном уровне. Полученные автором результаты представляются достоверными, выводы и заключения – в достаточной степени обоснованными. Основное содержание диссертации опубликовано в ведущих научных изданиях. Работа была апробирована на научных конференциях и симпозиумах различного уровня, включая международные. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.02.04.

Диссертационная работа соответствует всем критериям положения «О порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 г. В целом можно констатировать, что в работе П.В. Сыромятникова разработаны теоретические положения и получены прикладные результаты, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение в области смешанных краевых задач механики деформируемого твердого тела.

Учитывая изложенное выше, считаю, что П.В. Сыромятников заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук, профессор, в.н.с., лаборатория моделирования в механике деформируемого твердого тела, Федеральное государственного бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук

Радаев Юрий Николаевич

Почтовый адрес: 119526, Москва, просп. Вернадского 101, корп. 1
Телефон: 8 495 434 35 92
E-mail: radayev@ipmnet.ru y.radayev@gmail.com

ПОДПИСЬ Радаева Ю.Н. ЗАВЕРЯЮ:
Ученый секретарь ИПМех РАН, к.ф.-м.н.
26 05 Е.Я. Сысоева
2017 г.