



Задание №1:

Использование и анализ
информационных моделей
(таблицы, диаграммы, графики)

базовый уровень,
правильное выполненное – 1 балл,
время – 1-3 мин.



Теоретические сведения:

Граф – это схема действий объектов, которые могут изображаться точками или геометрическими фигурами – **вершины графа**. Связи между объектами изображаются линиями – **рёбра графа**.

Граф описывается в виде таблицы (**матрицы смежности** или **весовой матрицы**).

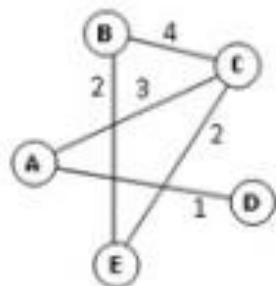
Чаще всего используется **взвешенный граф**, где с каждым ребром связано некоторое число (**вес**). Оно может обозначать, например, расстояние между городами или стоимость перевозки. Такие рёбра называются **дугами**.

Задание: необходимо определить длину дороги из одного пункта в другой, или номера населённых пунктов в таблице

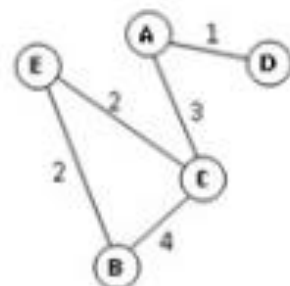


Теоретические сведения:

Рассмотрим граф (рисунок слева), в котором 5 вершин (A, B, C, D и E); он описывается таблицей, расположенной в центре; в ней, например, число 4 на пересечении строки B и столбца C означает, что, во-первых, есть ребро, соединяющее B и C, и во-вторых, вес этого ребра равен 4; пустая клетка на пересечении строки A и столбца B означает, что ребра из A в B нет.



	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		



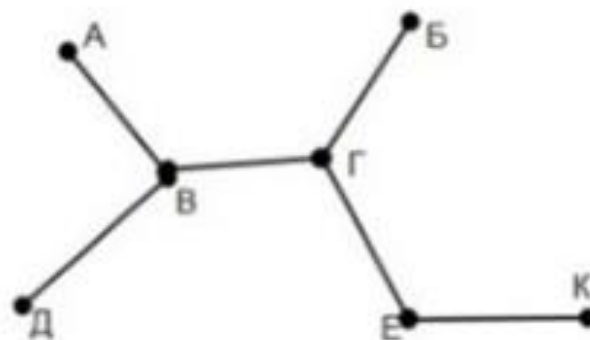
- обратите внимание, что граф по заданной таблице (она еще называется *весовой матрицей*) может быть нарисован по-разному; например, той же таблице соответствует граф, показанный на рисунке справа от нее
- в приведенном примере матрица симметрична относительно главной диагонали; это может означать, например, что стоимости перевозки из B в C и обратно равны (это не всегда так)
- во многих задачах вес – это длина дороги из одного пункта в другой; для рассмотренного примера длина дороги из A в C равна 3, дороги из A в E нет
- **степень вершины** – это количество ребер, которые соединены с этой вершиной; при определении степени вершины по таблице нужно считать число непустых ячеек *весовой матрицы* в соответствующей строке (или столбце); в примере степень вершины A равна 2 (в первой строке две непустых ячейки со значениями 3 и 1)



Задача 1

На рисунке схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог в километрах.

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7
п1			10				
п2			20				
п3	10	20		8			
п4			8		15	12	
п5				15			
п6				12			18
п7						18	



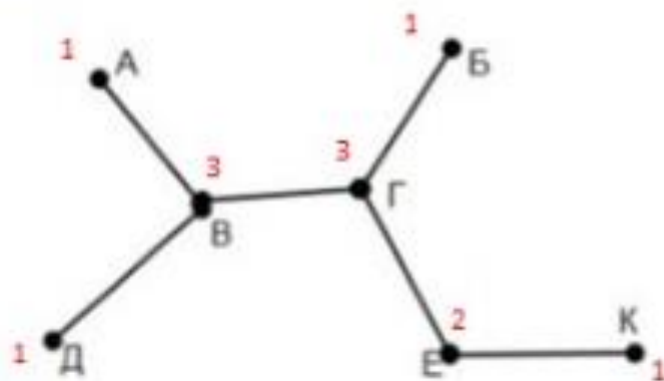
Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину дороги из **Б** в пункт **Г**. **ВНИМАНИЕ!** Длины отрезков на схеме не отражают длины дорог.



Пояснение решения

2

Степени		п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7
1 (А)	п1			10				
1 (Д)	п2			20				
3 (В)	п3	10	20		8			
3 (Г)	п4			8		15	12	
1 (Б)	п5				15			
2 (Е)	п6				12			18
1 (К)	п7						18	



Здесь видим, что есть таблица городов (где показаны расстояния), а так же схема городов. Но в таблице не подписано, где какой город. Нам нужно найти длину дороги из **Б** в пункт **Г**.

1) начнём решение с определения **степени вершин** на карте. Особой вершиной в нашем случае является город **Е**, т.к. в него входят две дороги, больше не у какого города нет двух дорог. Т.е. эта вершина явно **отличается** от всех остальных.

2) теперь эту вершину можно легко найти в таблице! Проходим построчно нашу таблицу и видим, что две дороги имеет только пункт **п6** (Можно проверять и по столбикам). Значит, городу **Е** соответствует пункт **п6**.

3) города **Г** и **В** имеют по три дороги, но город **Г** соединён с городом **Е** (пунктом **п6**). Поэтому найдём в таблице "тройной город", но который содержит в себе **п6**. Это пункт **п4**. Значит, город **Г** - это **п4**.

4) теперь посмотрим на карту на город **Б**. Он "одинарный" и соединён с городом **Г** (т.е. с пунктом **п4**). По таблице видно, что это пункт **п5**. Значит, **п5** - это **Б**.

5) теперь не сложно найти расстояние между пунктами **Г** и **Б**. Ищем по таблице число, где пересекаются пункты **п4** и **п5**. Длина равна 15, это и будет ответ.

Ответ: 15.



Задание №2

(базовый уровень, время 3 минуты)

Тема: Алгебра логики

Спецификация: Умение строить таблицы истинности и логические схемы



Алгебра логики

Что проверяется:

1.5.1. Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания

1.1.6. Уметь строить и анализировать таблицы истинности для логического высказывания

Что нужно знать:

1. Таблицы истинности основных логических операций: отрицание, дизъюнкция, конъюнкция, импликация, эквивалентность
2. Правила преобразования логических выражений
3. Приоритеты логических операций



Таблицы истинности

A	B	\bar{A}	$A + B$	$A \cdot B$	$A \rightarrow B$	$A \equiv B$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1



Правила преобразования логических выражений

- $A \cdot \bar{A} = 0, A + \bar{A} = 1$
- $A \cdot 1 = A, A \cdot 0 = 0, A + 1 = 1, A + 0 = A$
- $A \cdot A = A, A + A = A$
- $A + BC = (A + B) \cdot (A + C)$
- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
- $A + A \cdot B = A, A \cdot (A + B) = A$
- $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}, \overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$



Пример задания

Миша заполнял таблицу истинности логической функции F

$$\neg(y \rightarrow x) \vee (z \rightarrow w) \vee \neg z,$$

но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

				F
	0			0
0	1			0
1			0	0

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Функция F задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имеет следующий вид.

		F
0	1	0

В этом случае первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу – переменная x . В ответе следует написать: yx .



Алгоритм решения

1. Составляем полную таблицу истинности, в которой порядок переменных определен;
2. Оставляем только те строки, в которых значение функции совпадает со значением функции из таблицы в формулировке задания;
3. Сопоставляем две таблицы, опираясь на количество нулей и единиц в столбцах и строках.



Составляем таблицу истинности вручную

$$F = \overline{(Y \rightarrow X)} + (Z \rightarrow W) + \bar{Z}$$

X	Y	Z	W	$Y \rightarrow X$	$\overline{Y \rightarrow X}$	$Z \rightarrow W$	\bar{Z}	F
0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	1	0	1



Сопоставление таблиц

<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	<i>W</i>	<i>F</i>
0	0	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	1	0	0

				<i>F</i>
	0			0
0	1			0
1			0	0

1. *Z* может находиться только в третьем столбце – только там можно поставить три единицы;
2. *W* может находиться только в четвёртом столбце – только там можно поставить три нуля;
3. Заполним нули и единицы в частично заполненной таблице:

		<i>Z</i>	<i>W</i>	<i>F</i>
	0	1	0	0
0	1	1	0	0
1		1	0	0

4. Сопоставим строки: в заполненной таблице есть строка с двумя единицами и двумя нулями. При этом столбцы *Z* и *W* уже определены. Это значит, что, сравнивая вторые строки обеих таблиц, получаем, что *X* – это второй столбец (в нём стоит 1), а *Y* – это первый столбец (в нём стоит 0).
5. Ответ: *YXZW*



Построение таблицы истинности КОДОМ

Строить таблицу истинности вручную достаточно долго, плюс увеличивается вероятность ошибки, поэтому:

- Преобразуем выражение, избавляясь от импликаций и раскрывая отрицания. Это позволит упростить логическое выражение, записываемое на языке программирования, а также не допустить ошибки в расставлении скобок для соблюдения приоритета операций:
- $$F = \overline{(Y \rightarrow X)} + (Z \rightarrow W) + \bar{Z} = \overline{(\bar{Y} + X)} + \bar{Z} + W + \bar{Z} = Y \cdot \bar{X} + \bar{Z} + W$$
- Реализуем перебор всех возможных значений X, Y, Z, W на каком-либо языке программирования и проверяем, что значение функции при этих наборах значений ложно.



Универсальный вариант кода

- Он заключается в переборе всех возможных значений переменных в нескольких циклах:

- Реализация на Python:

```
1 print('x y z w f')
2 for x in range(2):
3     for y in range(2):
4         for z in range(2):
5             for w in range(2):
6                 f = y and not x or not z or w
7                 if not f:
8                     print(x, y, z, w, f)
```

- Реализация на C++:

```
1 #include <iostream>
2
3 using namespace std;
4
5 int main() {
6     cout << "x y z w f" << endl;
7     for (int x = 0; x < 2; x++) {
8         for (int y = 0; y < 2; y++) {
9             for (int z = 0; z < 2; z++) {
10                for (int w = 0; w < 2; w++) {
11                    bool f = y && !x || !z || w;
12                    if (!f) {
13                        cout << x << " " << y << " " << z << " " << w << " " << f << endl;
14                    }
15                }
16            }
17        }
18    }
19    return 0;
20 }
```



Реализация на Python

- На языке Python реализовать рассмотренный выше код можно немного компактней:

```
1  from itertools import product
2
3  print('x y z w f')
4  for x, y, z, w in product([0, 1], repeat=4):
5      f = y and not x or not z or w
6      if not f:
7          print(x, y, z, w, f)
```


Задание 4.

Кодирование и декодирование информации

Подтемы:

- *Выбор кода при неиспользуемых сигналах.*
- *Шифрование по известному коду и перевод в различные СС .*
- *Расшифровка сообщений.*
- *Передача информации. Выбор кода.*

Уровень – базовый (1 балл)

Рекомендованное время на выполнение – 2 минуты

Проверяется - Умение кодировать и декодировать информацию.

Важно знать!

- ✓ Большая часть заданий использует двоичный код для кодирования, поэтому, необходимо знать правила формирования двоичных чисел.
- ✓ Для решения можно использовать несколько эффективных подходов – подбор или построение дерева вариантов.
- ✓ Для построения дерева вариантов следует повторить теорию Темы 1.
- ✓ Задание достаточно массивное по количеству текста, поэтому, как и в предыдущих случаях, надо уметь ЧИТАТЬ (видеть что дано и что следует найти, в какой форме записать ответ)

Важно знать!

- ✓ Кодирование — это перевод информации с одного языка на другой, например, перевод информации с естественного языка в двоичный код. Декодированием называют обратный перевод.
- ✓ Один символ исходного сообщения может заменяться одним или несколькими символами нового кода. Может быть и наоборот: несколько символов исходного кода заменяются одним символом в новом.
- ✓ Если все символы кодируются кодами равной длины, то кодирование называют равномерным.
- ✓ Если символы кодируются кодами разной длины (в этом случае обычно наиболее употребительные символы кодируются кодами меньшей длины, а реже употребляемые символы кодируются более длинными кодами), то кодирование называется неравномерным.

Важно знать!

- ✓ закодированное сообщение можно однозначно декодировать с начала, если выполняется условие Фано: никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова;
- ✓ закодированное сообщение можно однозначно декодировать с конца, если выполняется обратное условие Фано: **никакое кодовое слово не является окончанием другого кодового слова;**
- ✓ условие Фано – это достаточное, но не необходимое условие однозначного декодирования, поэтому для уверенности полезно найти для всех «неправильных» вариантов контрпримеры: цепочки, для которых однозначное декодирование невозможно.

Важно знать!

- ✓ Гарантируется, что закодированное сообщение можно однозначно декодировать с начала, если выполняется прямое условие Фано.
- ✓ Гарантируется, что закодированное сообщение можно однозначно декодировать с конца, если выполняется обратное условие Фано.
- ✓ Если условие Фано не выполнено, то некоторые сообщения могут быть декодированы однозначно, но существуют сообщения, которые не удастся декодировать однозначно. Например, если код А-0, код Б-01, код С-1, то есть не выполнены ни прямое, ни обратное условия Фано, то сообщение 1000 декодируется однозначно: СААА, а сообщение 0001 декодируется двумя вариантами: АААС или ААБ.

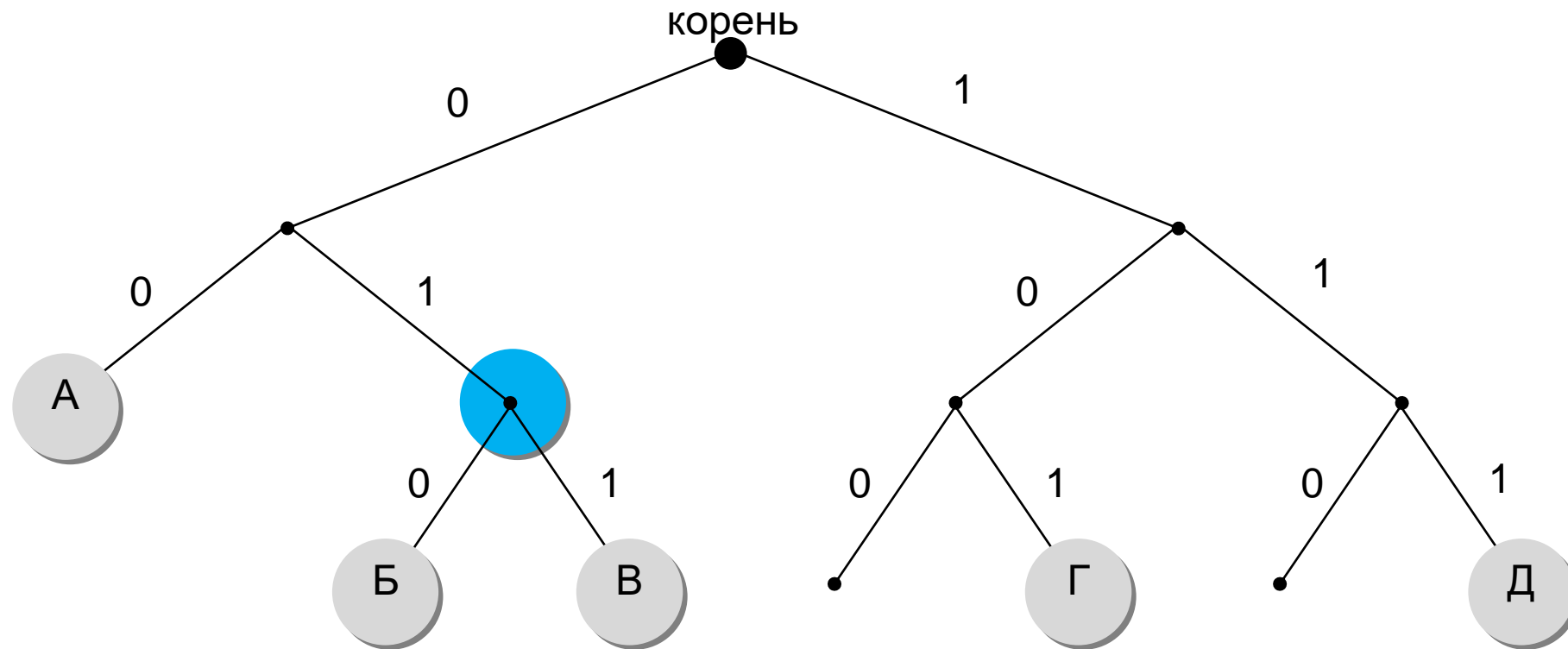
Выполняя перевод напрямую помни:

- ❖ Любой 8-й знак соответствует 3 двоичным – правило триад
- ❖ Любой 16-й знак соответствует 4 двоичным – правило тетрад
- ❖ Перевод в 10-ю СС и обратно, напрямую невозможен
- ❖ Из 16-й СС в 8-ю СС и наоборот, переводим через 2-ю СС

10	2	8	16
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

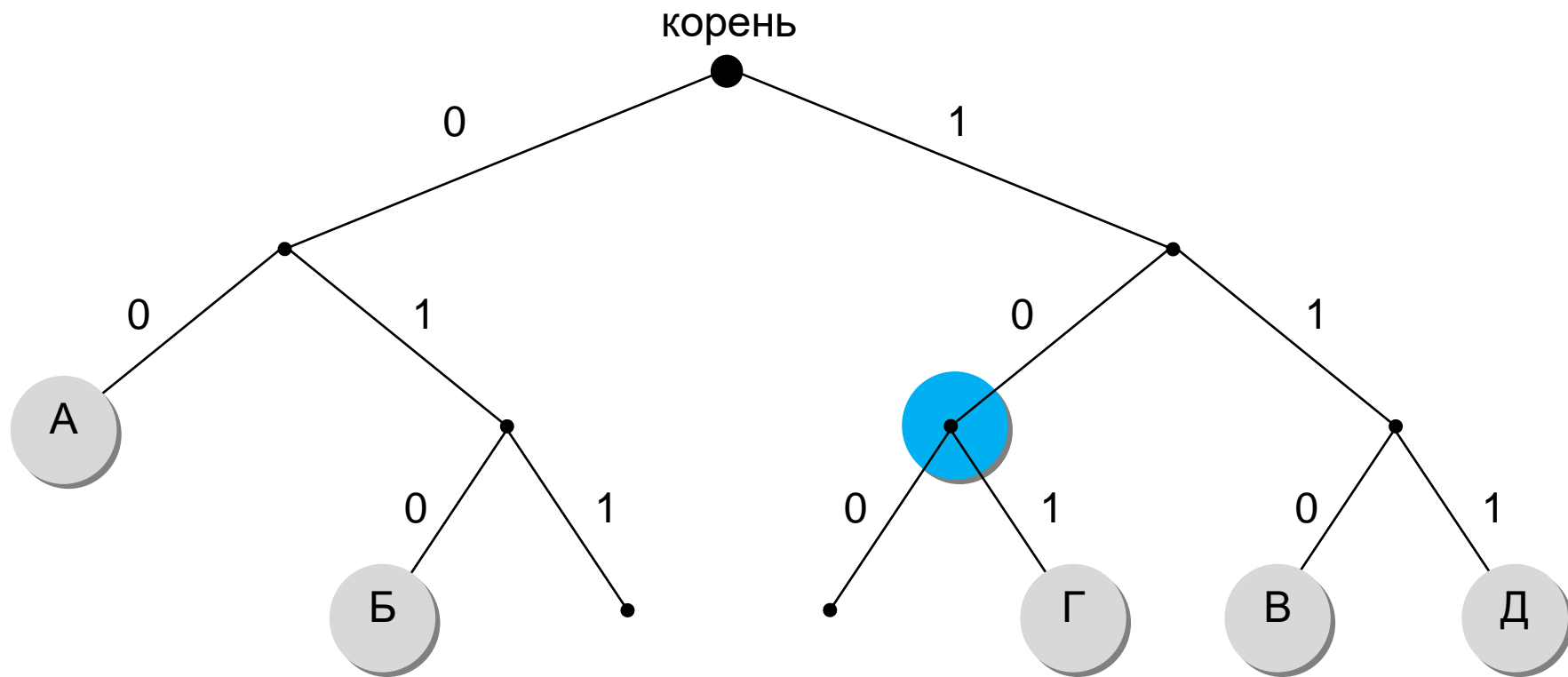
Пример 1. Прямое условие Фано

А–00, Б–010, В–011, Г–101, Д–111



Пример 2. Обратное условие Фано

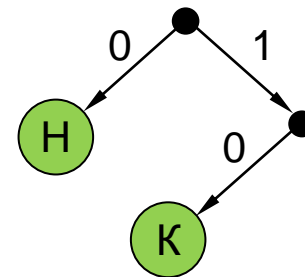
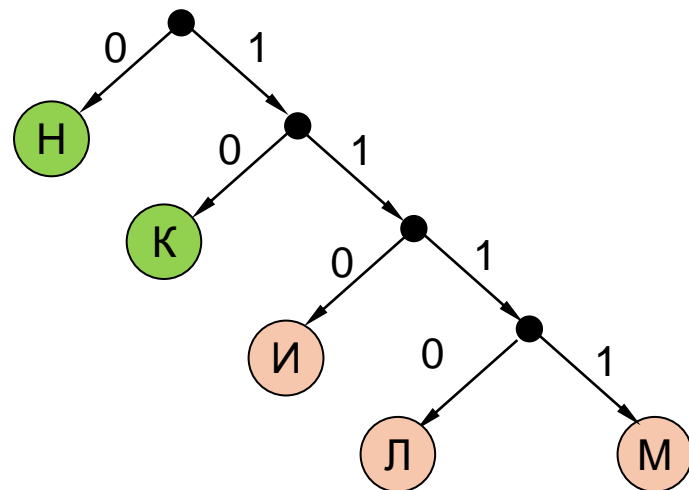
А–00, Б–010, В–011, Г–101, Д–111



Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв И, К, Л, М, Н, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы Н использовали кодовое слово 0, для буквы К – кодовое слово 10.

Какова наименьшая возможная суммарная длина всех пяти кодовых слов?

Решение



Подсчитаем суммарную длину
всех кодовых слов
 $1+2+3+4+4=14$

Ответ: 14

Шифрование по известному коду и перевод в различные СС

Для кодирования букв О, В, Д, П, А решили использовать двоичное представление чисел 0, 1, 2, 3 и 4 соответственно (с сохранением одного незначащего нуля в случае одноразрядного представления). Закодируйте последовательность букв ВОДОПАД таким способом и результат запишите восьмеричным кодом.

Сначала следует представить данные в условии числа в двоичном коде:

О	В	Д	П	А
0	1	2	3	4
00	01	10	11	100

Затем закодировать последовательность букв: ВОДОПАД — 010010001110010. Теперь разобьём это представление на тройки справа налево и переведём полученный набор чисел в десятичный код, затем в восьмеричный (восьмеричное представление совпадает с десятичным при разбиении тройками)

10 010 001 110 010 — 22162.

Расшифровка сообщений

Для 5 букв латинского алфавита заданы их двоичные коды (для некоторых букв — из двух бит, для некоторых — из трех). Эти коды представлены в таблице:

a	b	c	d	e
000	110	01	001	10

Какой набор букв закодирован двоичной строкой 1100000100110?

Решение. Мы видим, что выполняется первое условие Фано, поэтому однозначно можем раскодировать сообщение слева направо.

Разобьём код слева направо по данным таблицы и переведём его в буквы:

110 000 01 001 10 — b a c d e.

Передача информации. Выбор кода

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв К, Л, М, Н, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий первому условию Фано. Для буквы Н использовали кодовое слово 0, для буквы К — кодовое слово 10. Какова наименьшая возможная суммарная длина всех четырёх кодовых слов?

Решение.

Найдём наиболее короткие представления для всех букв. Кодовые слова 01 и 00 использовать нельзя, поскольку тогда нарушается условие Фано. Используем, например, для буквы Л кодовое слово 11. Тогда для четвёртой буквы нельзя подобрать кодовое слово, не нарушая условие Фано. Следовательно, для оставшихся двух букв нужно использовать трёхзначные кодовые слова. Закодируем буквы Л и М кодовыми словами 110 и 111. Тогда суммарная длина всех четырёх кодовых слов равна $1 + 2 + 3 + 3 = 9$.

Выбор кода при неиспользуемых сигналах

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только семь букв: А, Б, Г, И, М, Р, Я. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны: А — 010, Б — 011, Г — 100.

Какое **наименьшее** количество двоичных знаков потребуется для кодирования слова МАГИЯ?

Решение.

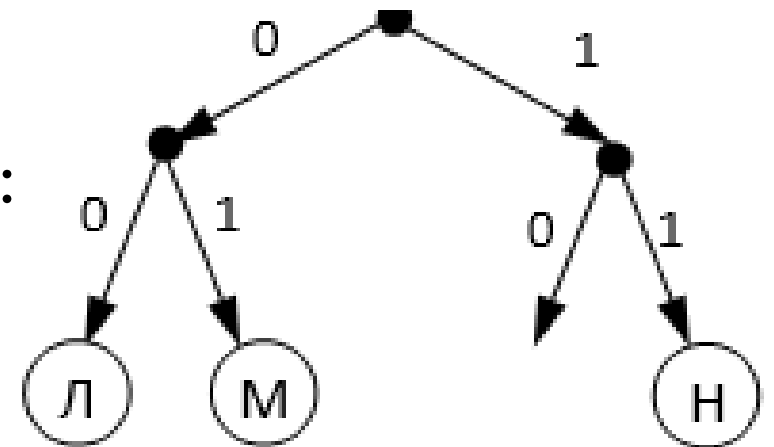
Следующая буква должна кодироваться как 11, поскольку 10 мы взять не можем. 100 взять не можем из-за Г, значит, следующая буква должна быть закодирована кодом 101. Следующая буква должна кодироваться как 000, поскольку 00 взять не можем, иначе не останется кодовых слов для оставшейся буквы, которые удовлетворяют условию Фано. Значит, последняя буква будет кодироваться как 001. Тогда наименьшее количество двоичных знаков, которые потребуются для кодирования слова МАГИЯ равно $2 + 3 + 3 + 3 + 3 = 14$.

Демо-2022, 2023

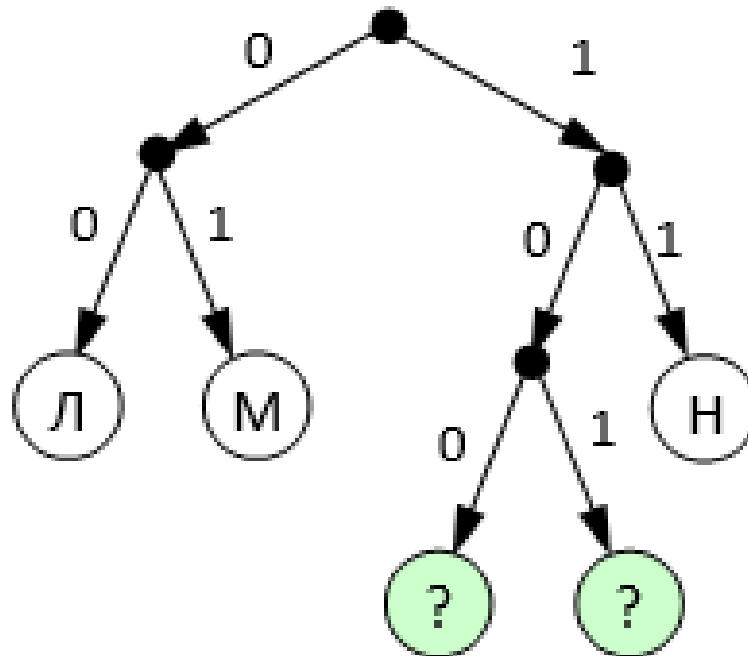
Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв Л, М, Н, П, Р, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Для букв Л, М, Н использовали соответственно кодовые слова 00, 01, 11. Для двух оставшихся букв – П и Р – кодовые слова неизвестны. Укажите кратчайшее возможное кодовое слово для буквы П, при котором код будет удовлетворять указанному условию. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Решение:

Построим дерево для заданного двоичного кода:



- Чтобы выполнить условие Фано (ни одно кодовое слово не совпадает с началом другого кодового слова), необходимо, чтобы все буквы размещались в листьях дерева.
- Есть единственная свободная ветка 10, на которую нужно разместить две буквы; это можно сделать так:



таким образом, для кода буквы П есть два варианта одной длины: 100 и 101; по условию выбираем вариант с меньшим значением, то есть **100**

Расстояние Хэмминга

По каналу связи с помощью равномерного двоичного кода передаются сообщения, содержащие только 4 буквы: X, Y, Z, W; для кодировки букв используются кодовые слова длины 5. При этом для набора кодовых слов выполнено такое свойство: *любые два слова из набора отличаются не менее чем в трёх позициях*. Это свойство важно для расшифровки сообщений при наличии помех. Для кодирования букв X, Y, Z используются 5-битовые кодовые слова: X: 01111, Y: 00001, Z: 11000. Определите 5-битовое кодовое слово для буквы W, если известно, что оно начинается с 1 и заканчивается 0.

Важно знать: Расстояние Хэмминга – это количество позиций, в которых отличается это кодовое слово от известных кодовых слов.

Решение:

1) По условию кодовое слово для буквы W соответствует маске 1***0, где вместо «*» можно поставить 0 или 1. Найдем расстояния Хэмминга :

X: 01111	Y: 00001	Z: 11000
W: 1***0	W: 1***0	W: 1***0
2+?	2+?	0+?

«?» означает количество различающихся позиций в битах, которые в кодовом слове для буквы W неизвестны.

3) Наиболее критичная ситуация сложилась для пары Z-W. Чтобы эти кодовые слова различались в трёх позициях, все неизвестные биты кодового слова буквы W должны иметь значения, обратные соответствующим битам кодового слова для буквы Z, то есть, $W = 10110$

4) Проверяем полученное кодовое слово: находим расстояние Хэмминга в парах X-W и Y-W:

X: 01111	Y: 00001	Z: 11000
W: 10110	W: 10110	W: 10110
3	4	3

Для всех пар расстояние не меньше трёх, что соответствует условию задачи.

Ответ: 10110

Для кодирования букв А, Б, В, Г решили использовать двухразрядные последовательные двоичные числа (от 00 до 11, соответственно). Таким способом закодируйте последовательность символов БАВГ и запишите результат в шестнадцатеричном коде.

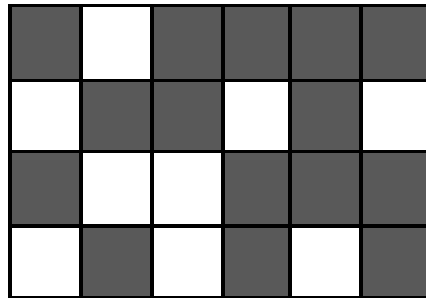
Решение:

- 1) из условия коды букв такие: А – 00, Б – 01, В – 10 и Г – 11, код равномерный
- 2) последовательность БАВГ кодируется так: 01 00 10 11 = 1001011
- 3) разобьем такую запись на тетрады справа налево и каждую тетраду переведем в шестнадцатеричную систему, получаем:

$$1001011 = 0100 \ 1011_2 = 4B_{16}$$

Кодирование графического изображения

Черно-белое растровое изображение кодируется построчно, начиная с левого верхнего угла и заканчивая в правом нижнем углу. При кодировании 1 обозначает черный цвет, а 0 – белый.



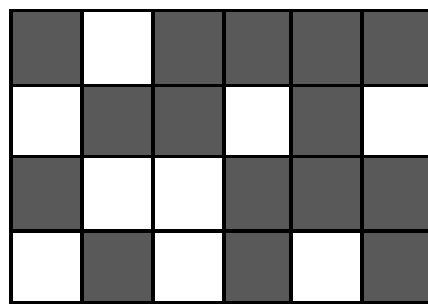
Для компактности результат записали в шестнадцатеричной системе счисления. Выберите правильную запись кода.

1) BD9AA5

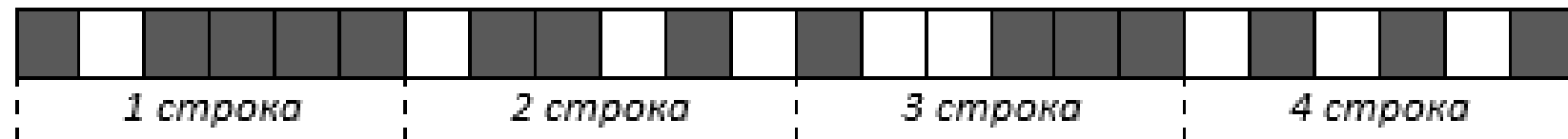
2) BDA9B5

3) BDA9D5

4) DB9DAB



- 1) «вытянем» растровое изображение в цепочку: сначала первая (верхняя) строка, потом – вторая, и т.д.:



- 2) в этой полоске 24 ячейки, черные заполним единицами, а белые – нулями:



- 3) поскольку каждая цифра в шестнадцатеричной системе раскладывается ровно в 4 двоичных цифры, разобьем полоску на тетрады – группы из четырех ячеек (в данном случае все равно, откуда начинать разбивку, поскольку в полоске целое число тетрад – 6):



- 4) переводя тетрады в шестнадцатеричную систему, получаем последовательно цифры B (11), D(13), A(10), 9, D(13) и 5, то есть, цепочку BDA9D5

Ответ: BDA9D5

Для передачи чисел по каналу с помехами используется код проверки четности. Каждая его цифра записывается в двоичном представлении, с добавлением ведущих нулей до длины 4, и к получившейся последовательности дописывается сумма её элементов по модулю 2 (например, если передаём 23, то получим последовательность 0010100110). Определите, какое число передавалось по каналу в виде 01010100100111100011?

1. как следует из условия, четыре первых бита в каждой последовательности – это двоичный код цифры, а пятый бит (бит четности) используется для проверки и рассчитывается как «сумма по модулю два», то есть остаток от деления суммы битов на 2; тогда

$$2 = 0010_2, \text{ бит четности } (0 + 0 + 1 + 0) \bmod 2 = 1$$

$$3 = 0011_2, \text{ бит четности } (0 + 0 + 1 + 1) \bmod 2 = 0$$

но бит четности нам совсем **не нужен**, важно другое: пятый бит в каждой пятерке **можно отбросить!**

Для передачи чисел по каналу с помехами используется код проверки четности. Каждая его цифра записывается в двоичном представлении, с добавлением ведущих нулей до длины 4, и к получившейся последовательности дописывается сумма её элементов по модулю 2 (например, если передаём 23, то получим последовательность 0010100110). Определите, какое число передавалось по каналу в виде 01010100100111100011?

4) разобьем заданную последовательность на группы по 5 бит в каждой:

01010, 10010, 01111, 00011.

5) отбросим пятый (последний) бит в каждой группе:

0101, 1001, 0111, 0001.

это и есть двоичные коды передаваемых чисел:

$0101_2 = 5$, $1001_2 = 9$, $0111_2 = 7$, $0001_2 = 1$.

6) таким образом, были переданы числа 5, 9, 7, 1 или число 5971.

Ловушки в заданиях

1. расчет на то, что при переводе тетрад в шестнадцатеричную систему можно забыть заменить большие числа (10–15) на буквы ($1011_2 = 11$, получаем неверный ответ 411_{16})
2. может быть дан неверный ответ, в котором нужные цифры поменяли местами (расчет на невнимательность)
3. при декодировании неравномерных кодов может быть очень много вариантов, их нужно рассмотреть все
4. при переборе можно ошибиться и «просмотреть» какой-нибудь вариант
5. нужно знать условие Фано
6. нужно уметь быстро переводить тетрады в 16-е цифры, триады в 8-е (в крайнем случае, это можно сделать через десятичную систему)



7-е задание:
**«Кодирование информации, объем и
передача информации»**
Уровень сложности — **базовый**,
Максимальный балл — **1**,
Примерное время выполнения — **5 минут**.

7-е задание:

«Кодирование информации, объем и передача информации»

Уровень сложности — базовый ,

Максимальный балл — 1 .



Кодирование растровых изображений

- для хранения растрового изображения нужно выделить в памяти $I = N \cdot i$ битов, где N – количество пикселей и i – глубина цвета (разрядность кодирования)
 - количество пикселей изображения N вычисляется как произведение ширины рисунка на высоту (в пикселях)
 - глубина кодирования – это количество бит, которые выделяются на хранение цвета одного пикселя
 - при глубине кодирования i битов на пиксель код каждого пикселя выбирается из 2^i возможных вариантов, поэтому можно использовать не более 2^i различных цветов
 - нужно помнить, что
- 1 Мбайт = 2^{20} байт = 2^{23} бит,
1 Кбайт = 2^{10} байт = 2^{13} бит



К. Поляков, егэ7. №8

Какой минимальный объём памяти (в Кбайт) нужно зарезервировать, чтобы можно было сохранить любое растровое изображение размером 512 на 128 пикселей при условии, что в изображении могут использоваться 16 различных цветов? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Дано:

размер изображения 512X128 пикселей.

N = 16 цвета в палитре.

$$1) \begin{cases} N = 2^i \\ 16 = 2^i \end{cases} \Rightarrow i = 4 \text{ Бит} \\ \text{шуби на цвета}$$

$$2) 512 \cdot 128 = 2^9 \cdot 2^7 = 2^{16} \\ \text{Точек}$$

Решение без калькулятора

$$V = \frac{512 \cdot 128 \cdot 4}{8 \cdot 1024} = \frac{2^9 \cdot 2^7 \cdot 4}{2^3 \cdot 2^{10}} = \frac{2^{9+7} \cdot 4}{2^{3+10}} = \frac{2^{16} \cdot 4}{2^{13}} = 4 \cdot 2^{16-13} = 4 \cdot 2^3 = 32 \text{ Кб}$$

Решение:

1. Необходимо рассчитать информационный объем одного пикселя для этого используем

формулу $N=2^I$, где N – количество цветов в палитре, а I – количество информации на один цвет или пиксель.

$16=2^4$, отсюда $I = 4$ бит.

2. Что бы рассчитать минимальный объем изображения мы должны умножить размер изображения на количество информации на один цвет или пиксель - $128 \cdot 512 \cdot 4 = 262144$ бит

3. В ответе нам необходимо указать в Килобайтах $262144 \text{ бит} / (8 \cdot 1024) = 32$ Килобайта

$$3) 2^{16} \cdot 4 = 2^{18} \text{ Бит} =$$

$$\frac{2^{18}}{2^{13}} \text{ Кбайт} =$$

$$= 2^5 \text{ Кбайт}$$

Ответ: 32



1

Тип 7 № 9759

Какой минимальный объём памяти (в Кбайт) нужно зарезервировать, чтобы можно было сохранить любое растровое изображение размером 128×128 пикселей при условии, что в изображении могут использоваться 256 различных цветов? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Решение.

Один пиксель кодируется 8 битами памяти, так как $2^8 = 256$.

Всего $128 * 128 = 2^7 \cdot 2^7 = 2^{14}$ пикселей.

Тогда объем памяти, занимаемый изображением $2^{14} * 8 = 2^{17}$ бит = 2^{14} байт = 2^4 Кбайт = 16 Кбайт.

Ответ: 16.



К. Поляков, егэ7. №11

Рисунок размером 128 на 256 пикселей занимает в памяти 24 Кбайт (без учёта сжатия). Найдите максимально возможное количество цветов в палитре изображения.

Дано:

размер изображения
128x256 пикселей.

$V = 24$ Кбайта.

$N = ?$

$$\begin{aligned} 1) & 24 \text{ Кбайт} = \\ & = 3 \cdot 2^3 \cdot 2^{13} \text{ бит} \\ 2) & \frac{3 \cdot 2^{16}}{128 \cdot 256} = \\ & = \frac{3 \cdot 2^{16}}{2^7 \cdot 2^8} = \frac{3 \cdot 2^6}{2^{15}} = \\ & = 3 \cdot 2 = 6 \text{ бит} \\ 3) & N = 2^6 \\ & N = 64 \end{aligned}$$

Решение:

Необходимо рассчитать информационный объем одного пикселя для этого используем формулу $N=2^I$, где N – количество цветов в палитре, а I – количество информации на один цвет или пиксель.

Выразим I из формулы $V = x * y * I$, где V - объем, x - ширина изображения (в нашем случае 128 пикселей), y - высота изображения (в нашем случае 256 пикселей).

$$I = V / x * y$$

$$I = V / 128x256$$

V необходимо перевести в биты. 24 килобайта = 24 * 8 * 1024 бит

$$I = \frac{24 * 8 * 1024}{128 * 256} = \frac{24 * 2^3 * 2^{10}}{2^7 * 2^8} = \frac{24 * 2^{13}}{2^{15}} = \frac{24}{2^2} = 6 \text{ бит,}$$

$$N = 2^I = 2^6 = 64 \text{ цвета}$$

Ответ: 64



К. Поляков, егэ7. №21

После преобразования растрового 256-цветного графического файла в черно-белый формат (2 цвета) его размер уменьшился на 7 Кбайт. Каков был размер исходного файла в Кбайтах?

Дано:

$$N_1 = 256$$

$$N_2 = 2$$

$$V_2 = V_1 - 7 \text{ Кбайт}$$

Найти: V_1

Решение:

$V = K * I$ - формула, где K - количество точек в изображении, I – количество информации на одну точку, V - объем.
 $N=2^I$, где N – количество цветов в палитре, а I – количество информации на один цвет или пиксель.

Рассчитаем I .

При $N = 256$:

$$256 = 2^{I_1}$$

$$256 = 2^8$$

$$I_1 = 8$$

При $N = 2$:

$$2 = 2^{I_2}$$

$$2 = 2^1$$

$$I_2 = 1$$

$V_2 = V_1 - 7 \text{ Кбайт}$ - подставляем в формулу

$$1 * K = K * 8 - 7 * 8 * 1024 \text{ Бит}$$

$$1 * K - K * 8 = - 7 * 8 * 1024$$

$$7K = 7 * 8 * 1024$$

$$K = 8 * 1024$$

Размер исходного файла равен: $V_1 = K * I_1 = (8 * 1024 * 8) / 8 * 1024 = 8 \text{ Кбайт}$

Ответ: 8



Кодирование звука

Что нужно знать:

- при оцифровке звука в памяти запоминаются только отдельные значения сигнала, который нужно выдать на динамик или наушники
- частота дискретизации определяет количество отсчетов, запоминаемых за 1 секунду; 1 Гц (один герц) – это один отсчет в секунду, а 8 кГц – это 8000 отсчетов в секунду
- глубина кодирования – это количество бит, которые выделяются на один отсчет
- для хранения информации о звуке длительностью t секунд, закодированном с частотой дискретизации f Гц и глубиной кодирования B бит требуется $B \cdot f \cdot t$ бит памяти; например, при $f = 8$ кГц, глубине кодирования 16 бит на отсчёт и длительности звука 128 секунд требуется

$$I = 8000 \cdot 16 \cdot 128 = 16384000 \text{ бит}$$

$$I = 8000 \cdot 16 \cdot 128 / 8 = 2048000 \text{ байт}$$

$$I = 8000 \cdot 16 \cdot 128 / 8 / 1024 = 2000 \text{ Кбайт}$$

$$I = 8000 \cdot 16 \cdot 128 / 8 / 1024 / 1024 \approx 1,95 \text{ Мбайт}$$

I



- при двухканальной записи (стерео) объем памяти, необходимый для хранения данных одного канала, умножается на 2
- для упрощения ручных расчетов можно использовать приближённые равенства

$$1 \text{ мин} = 60 \text{ сек} \approx 64 \text{ сек} = 2^6 \text{ сек}$$

$$1000 \approx 1024 = 2^{10}$$

- нужно помнить, что

$$1 \text{ Мбайт} = 2^{20} \text{ байт} = 2^{23} \text{ бит},$$

$$1 \text{ Кбайт} = 2^{10} \text{ байт} = 2^{13} \text{ бит}$$

- «физический» аналог задачи:



сколько лимонада перекачается по трубе за 1 час?

ответ: $10 \text{ л/мин} \cdot 60 \text{ мин} = 600 \text{ л}$

- любой канал связи имеет ограниченную пропускную способность (скорость передачи информации), это число ограничивается свойствами аппаратуры и самой линии (кабеля)
- объем переданной информации Q вычисляется по формуле $Q = q \cdot t$, где q – пропускная способность канала (в битах в секунду или подобных единицах), а t – время передачи



Решу ЕГЭ Тема 7 №1. Производится звукозапись музыкального фрагмента в формате стерео (двухканальная запись) с частотой дискретизации 32 кГц и 32-битным разрешением. Результаты записываются в файл, сжатие данных не производится; **размер полученного файла 40 Мбайт**. Затем производится повторная запись этого же фрагмента в формате моно (одноканальная запись) с частотой дискретизации 16 кГц и 16-битным разрешением. Сжатие данных не производилось.

Укажите **размер файла в Мбайт**, полученного при повторной записи. В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Решение. Получаем систему:

$$40 \text{ (Мбайт)} = 2 \text{ (количество каналов)} \cdot 32000 \text{ (частота)} \cdot 4 \text{ (разрешение в байтах)} \cdot X \text{ (время в секундах)}$$

$$V \text{ (Мбайт)} = 1 \text{ (количество каналов)} \cdot 16000 \text{ (частота)} \cdot 2 \text{ (разрешение в байтах)} \cdot X \text{ (время в секундах)}$$

$$\text{Тогда, } v = 40 / (2 \cdot 2 \cdot 2) = 5 \text{ Мбайт.}$$

Ответ: 5.

$$\begin{cases} 40 = 2 \cdot 32000 \cdot 4 \cdot x \\ V = 1 \cdot 16000 \cdot 2 \cdot x \\ x = \frac{40}{2 \cdot 32000 \cdot 4} \end{cases}$$

π способ (не рациональн.)

$$V = \frac{1 \cdot 16000 \cdot 2 \cdot 40}{2 \cdot 32000 \cdot 4} = \frac{40}{2 \cdot 4} = \frac{40}{8} = 5 \text{ Мбайт}$$



№2. Музыкальный фрагмент был оцифрован и записан в виде файла без использования сжатия данных. Получившийся файл был передан в город А по каналу связи за 15 секунд. Затем тот же музыкальный фрагмент был оцифрован повторно с разрешением в 2 раза выше и частотой дискретизации в 1,5 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Полученный файл был передан в город Б; пропускная способность канала связи с городом Б в 2 раза выше, чем канала связи с городом А. Сколько секунд длилась передача файла в город Б? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Решение.

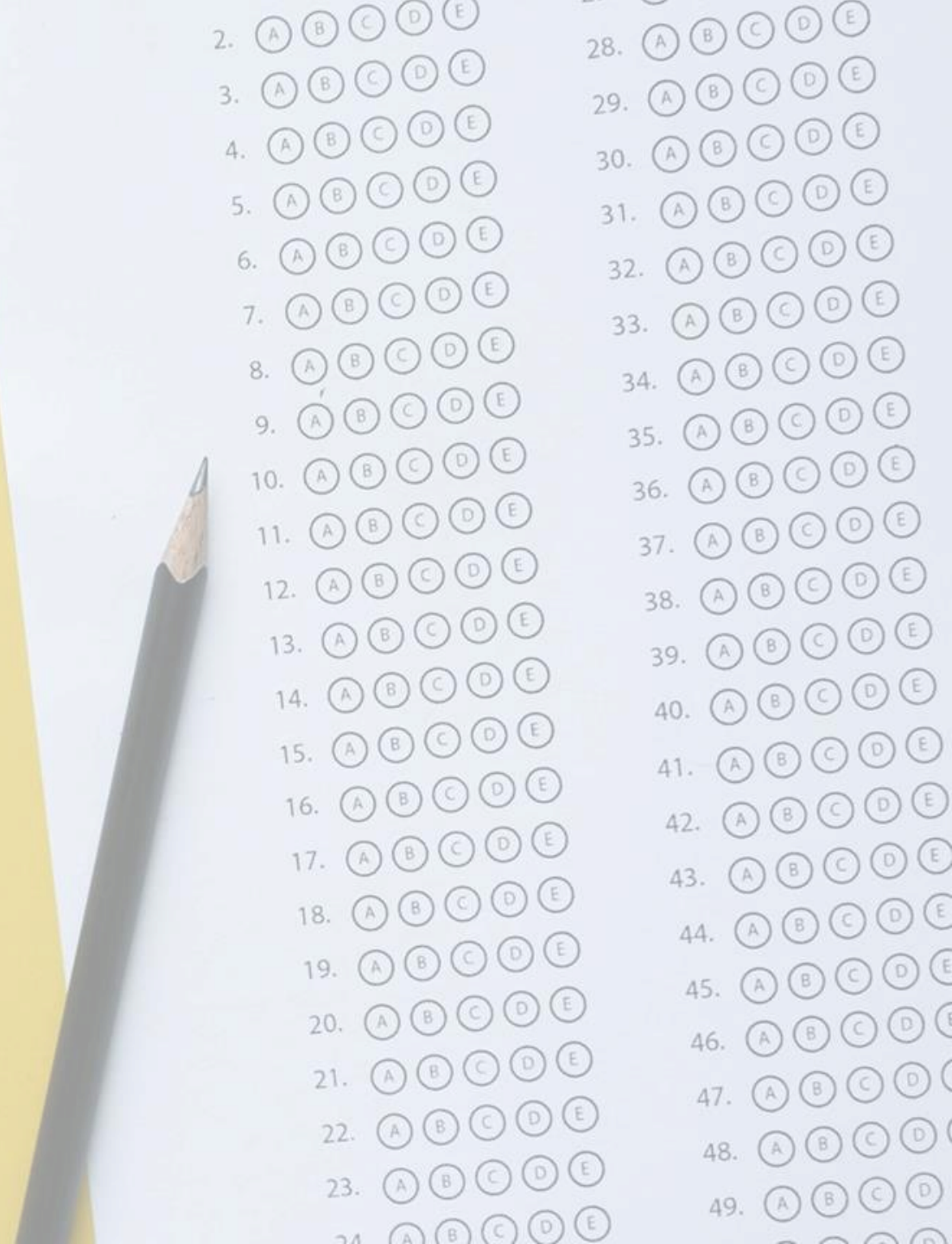
Объём файла прямо пропорционален разрешению файла и его частоте дискретизации, следовательно, объём файла во втором случае в $2/1,5 = 4/3$ раза больше. Длительность передачи обратно пропорциональна пропускной способности канала связи, откуда получаем, что длительность передачи файла во второй раз равна:
 $15 \cdot (1/2) \cdot (4/3) = 10$.

Ответ: 10.



ЕГЭ Информатика 13 задача

Организация компьютерных
сетей. Адресация



Что такое IP?

- IP-адрес — уникальный числовой идентификатор устройства в компьютерной сети, работающей по протоколу IP.
- То есть, это набор байтов, по которому можно определить зарегистрированное в сети устройство.

Как кодируется IP?

- Для кодировки IP-адреса в первую очередь используется двоичный код.
- IPv4 состоит из 4 байтов и, соответственно, каждый байт кодируется числом от 0 до 255 включительно.
- IPv6 состоит из 6 байтов. (Но в ЕГЭ 99% будет использоваться IPv4)
- Пример IP-адреса:
195.245.11.1

I тип задач:
восстановить
IP-адрес

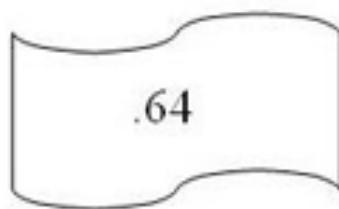
Пример 1

Самое главное при решении этих задач, чтобы число в байте не превышало 255

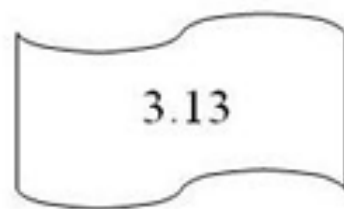
203.133.133.64

Г Б В А

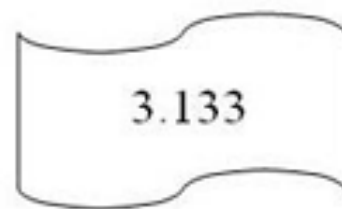
Петя записал IP–адрес школьного сервера на листке бумаги и положил его в карман куртки. Петина мама случайно постирала куртку вместе с запиской. После стирки Петя обнаружил в кармане четыре обрывка с фрагментами IP–адреса. Эти фрагменты обозначены буквами А, Б, В и Г. Восстановите IP–адрес. В ответе укажите последовательность букв, обозначающих фрагменты, в порядке, соответствующем IP–адресу.



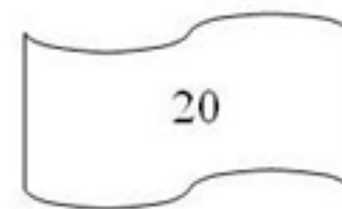
А



Б



В

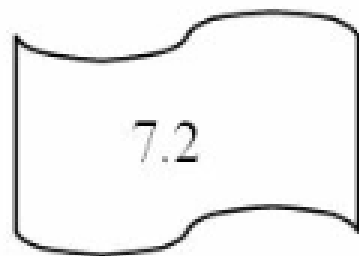


Г

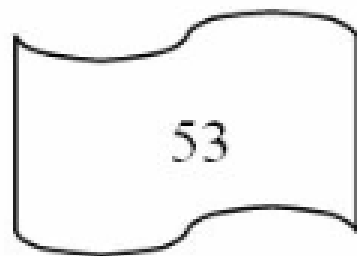
РЕШУЕГЭ.РФ

Пример 2

На месте преступления были обнаружены четыре обрывка бумаги. Следствие установило, что на них записаны фрагменты одного IP-адреса. Криминалисты обозначили эти фрагменты буквами А, Б, В и Г. Восстановите IP-адрес. В ответе укажите последовательность букв, обозначающих фрагменты, в порядке, соответствующем IP-адресу. Если будет несколько вариантов решения, запишите их все через запятую.



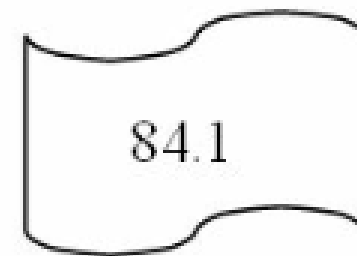
A



B



B



Г

II тип задач:

Подсчёт кол-ва адресов в сети

- В этой задаче нам необходимо познакомиться с понятиями масок и подадреса сети.
- Адресация сетей работает таким образом, что любое сетевое устройство должно подключаться к какой-то сети.
- Например, вы играете на ПК в свою любимую игру. Ваш роутер имеет свой IP, но подключается он к сетям Ростелекома, у которых есть свой набор адресов.
- Ростелеком могут занять первые два байта, пускай это будет: 194.200.a.b
Вместо a и b все возможные варианты - это зарегистрированные в сети устройства

Как определить адрес сети?

- Для этого придумали маски
- Маска - это последовательность нулей и единиц, построенная по следующему правилу:
 - Сначала идут только единицы до определенного момента, пока мы определяем адресацию сети
 - Затем идут только нули
- Так маска может иметь вид: 255.255.192.0, или же в двоичном 11111111.11111111.11000000.00000000

Перемножение масок

- Возьмём абстрактный пример:
- Имеется узел сети:
194.215.192.5
- Имеется маска:
255.192.0.0
- Задача: Определить адрес сети
- Для решения данной задачи представим числа в двоичном виде:
- 11000010.11010111.11000000.00000101
11111111.11000000.00000000.00000000
- Осталось лишь перемножить, получим:
11000010.11000000.00000000.00000000
- Или же в десятичном виде:
194.192.0.0

Пример 3

Маской подсети называется 32-разрядное двоичное число, которое определяет, какая часть IP-адреса компьютера относится к адресу сети, а какая часть IP-адреса определяет адрес компьютера в подсети. В маске подсети старшие биты, отведенные в IP-адресе компьютера для адреса сети, имеют значение 1; младшие биты, отведенные в IP-адресе компьютера для адреса компьютера в подсети, имеют значение 0.

Если маска подсети 255.255.255.224 и IP-адрес компьютера в сети 162.198.0.157, то порядковый номер компьютера в сети равен_____

Количество адресов

- Решение некоторых задач требует быстро проанализировать большое количество адресов
- Узлы с IP-адресами 154.63.206.129 и 154.63.100.75 находятся в одной сети. Укажите наименьшее возможное количество принадлежащих этой сети IP-адресов, в двоичной записи которых чётное число единиц.

Решение

- Сначала определим маску, для этого выведем ip-адреса узлов и сравним их между собой
- ip1: 10011010.00111111.11001110.10000001
- ip2: 10011010.00111111.01100100.01001011
- msk: 11111111.11111111.00000000.00000000
- Общее количество адресов, которое может здесь присутствовать, посчитаем по кол-ву 0 в маске, то есть $2^{16}=65\ 536$
- После чего заметим, что от нас требуют кол-во адресов, где будет четное число единиц. Посчитать это легко, так как количество четных чисел на промежутке в 2 раза меньше (Например на промежутке [1,2,3,4,5,6] $6/2=3$ четных числа)
- Ответ: $65\ 536 / 2 = 32\ 768$