

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по научно-исследовательской  
работе  
ФГБОУ ВО «Саратовский национальный  
исследовательский  
государственный университет  
имени Н.Г. Чернышевского»  
д.ф.-м.н., профессор  
Алексей Александрович  
Короновский



« 11 » июля 2018 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования «Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»  
на диссертационную работу Александра Андрея Анатольевича  
**«Особенности распространения и дифракции волн в слоистых фононных  
кристаллах»**, представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук  
по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Диссертационная работа Александра А.А. посвящена изучению распространения гармонических упругих волн в многослойных структурах, характеризующихся периодическим изменением свойств материала (фононных кристаллах). Подобного рода структуры, называемые также акустическими метаматериалами, обладают рядом уникальных свойств, таких, как формирование запрещенных и разрешенных частотных зон, эффекты локализации волн, фокусировки, негативной рефракции, возможность акустической маскировки. Благодаря этим свойствам они находят применение при создании сенсоров, резонаторов, шумопоглощающих устройств. В настоящее время, в связи с появлением технических средств для изготовления периодических слоистых структур с

большим количеством ячеек малого размера, сфера применения уникальных свойств фоновых кристаллов значительно расширилась. Между тем, волновые явления в подобного рода структурах изучены недостаточно. Большинство исследователей рассматривает фоновые кристаллы, состоящие из бесконечного числа ячеек, при этом вопрос о "критическом" конечном количестве ячеек, необходимом для формирования запрещенных частотных зон в реальном устройстве, остается открытым. Мало исследовано влияние усложненных свойств материала, таких, как пьезоэффект, температурное расширение, функционально-градиентные прослойки, наноразмерные эффекты, наличие распределенных микродефектов. На основании сказанного можно заключить, что работа Александрова А.А., посвященная исследованию распространения волн в фоновых кристаллах с конечным числом ячеек с учетом указанных факторов, несомненно, является **актуальной**.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 106 наименований. Общий объем работы составляет 119 страниц, включая 66 рисунков и 9 таблиц.

Во **введении** сформулированы цель и задачи исследования, обоснована актуальность темы, указана научная новизна, описаны методы исследования, сформулированы положения, выносимые на защиту. Представлен обзор работ, посвященных исследованию волновых явлений в фоновых кристаллах, с описанием математических методов, применяемых для решения соответствующих задач.

В **первой главе** сформулированы основные уравнения, описывающие динамику термоупругих тел. Кроме классической теории, рассмотрена нелокальная теория, учитывающая влияние далекодействующих межатомных сил на поля напряжений и электрической индукции. Во втором разделе записаны основные виды механических, электрических и тепловых граничных условий.



В первом разделе **второй главы** приводится постановка задачи для плоского фонов кристалла конечной толщины, расположенного между двумя однородными полупространствами. Колебания возбуждаются гармонической продольной или поперечной волной, падающей из одного из полупространств под заданным углом. Во втором разделе представлены математические модели ячеек с функционально-градиентным распределением характеристик и микродефектами. В третьем разделе описан метод матриц переноса, на основе которого в четвертом разделе развивается полуаналитический метод расчета волновых полей в периодической структуре конечной толщины, позволяющий обойти проблему неустойчивости численного счета при большом количестве ячеек. В пятом разделе на основании теории Флоке–Ляпунова записывается дисперсионное уравнение для волн в бесконечном периодическом композите и вводится фактор локализации, показывающий степень убывания коэффициента прохождения и связанный с собственными числами для бесконечных структур.

**Третья глава** посвящена изучению распространения волн в фоновых кристаллах с однородными слоями. Вводится классификация разрешенных и запрещенных зон, в которой выделяются зоны четырех типов: разрешенная зона, разрешенная зона низкого прохождения, запрещенная зона первого типа, характеризующаяся полным затуханием, и запрещенная зона второго типа, которая становится зоной низкого прохождения при малом изменении угла падения. Во втором разделе приводятся графики коэффициента прохождения для двухслойной ячейки из эпоксиды и свинца в зависимости от количества ячеек. В результате анализа этих графиков устанавливается число ячеек, необходимое для четкого выявления запрещенных зон. Анализируется изменение запрещенных зон в зависимости от соотношения толщин слоев. Далее анализируется связь коэффициента прохождения с корнями дисперсионного уравнения для бесконечной периодической структуры.

Показано, что при нулевом угле падения диапазоны частот, в которых волновые числа уходят в комплексную плоскость, совпадают с областями экспоненциального убывания коэффициента прохождения, то есть с запрещенными зонами конечного кристалла. При ненулевом угле падения наблюдаются зоны низкого прохождения, появление которых объясняется частичной трансформацией падающей продольной волны в поперечную и наоборот. В третьем разделе рассматриваются анизотропные фоновые кристаллы, для которых также выявляется число ячеек, при котором происходит стабилизация запрещенных зон, и анализируется их зависимость от толщины и связь с корнями дисперсионного уравнения. Отмечается, что в процессе появления зон низкого прохождения важную роль играет поляризация поперечной волны. В следующих трех разделах изучается влияние на конфигурацию запрещенных и разрешенных зон пьезоэлектрических констант, диэлектрических проницаемостей, температуры и наноразмерного эффекта.

В **четвертой главе** изучается влияние функционально-градиентных прослоек и микродефектов, распределенных на интерфейсе или внутри прослойки. Первые моделируются с помощью разбиения на тонкие однородные слои, свойства которых мало изменяются при переходе от слоя к слою. Распределенные микродефекты моделируются с помощью эффективных граничных условий пружинного типа. Приводится большое количество графиков, иллюстрирующих зависимость конфигурации зон от различных параметров (толщина прослойки, параметры, характеризующие поврежденность).

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационного исследования.

**Обоснованность** положений и выводов диссертации определяется применением апробированных моделей упругого, электро- и термоупругого тела, корректностью постановки математических задач, использованием в



расчетах параметров реальных материалов. **Достоверность** полученных результатов обеспечивается тщательным контролем точности при расчетах и подтверждается сопоставлением запрещенных и разрешенных зон для конечного фононного кристалла с корнями дисперсионного уравнения для бесконечной периодической структуры, а также соответствием полученных результатов общим физическим представлениям.

**Научную новизну** работы составляют разработанный автором полуаналитический метод, позволяющий описать волновые процессы в фононных кристаллах конечной толщины с большим количеством ячеек, результаты исследования влияния функционально-градиентных прослоек, стохастически распределенных микродефектов, наноразмерных эффектов и температуры.

**Научная значимость** работы состоит в установлении классификации разрешенных и запрещенных зон с учетом трансформации мод, установлении соответствия между корнями дисперсионного уравнения для бесконечного фононного кристалла с поведением коэффициента прохождения в случае конечного кристалла, предложенном автором методе, позволяющем определить число ячеек, необходимое для проявления фильтрующих свойств периодических структур. **Практическая значимость** работы определяется тем, что полученные в ней результаты могут быть использованы при разработке и внедрении устройств, использующих фононные кристаллы, а также новых типов функциональных материалов. Следует отметить также, что в ходе работы создан программный комплекс, получивший свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ.

По диссертации имеется ряд **замечаний**:

1. В работе для анализа волновых явлений анализируются коэффициенты прохождения, фактор локализации и дисперсионные кривые. При этом автором не уделено внимания

волновым полям, возникающим в периодическом композите, что позволило бы гораздо полнее проиллюстрировать и объяснить обнаруженные эффекты.

2. Из описания полуаналитического метода, предложенного автором, неясно, какая именно численная процедура в нем используется.
3. Из текста диссертации не ясно, дает ли примененный подход к моделированию функционально-градиентных прослоек, путем разбиения на множество однородных подслоев, такие же результаты, как и ряд других методов, применяющихся для решения систем дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.
4. В работе для моделирования поврежденных границ между слоями использовалось стохастическое распределение микротрещин. При этом не приведено сравнения с другими моделями, используемыми для описания поврежденных интерфейсов, например, периодический массив трещин.
5. Изучение влияния температуры на запрещенные и разрешенные зоны продемонстрировало малое влияние температуры на распространение квазипоперечных волн. Однако не было приведено анализа, объясняющего проявление данного эффекта, а также не приведено объяснения столь значительного изменения волнового числа для квазипродольной волны при учете температуры.
6. В работе ничего не сказано о том, при каких условиях её результаты, полученные для волн с плоским фронтом, применимы к реальным фононным кристаллам, имеющим конечные размеры.

Также по работе имеется ряд технических замечаний:



- Уравнения (1.1) выражают не “обобщенный”, как сказано в тексте, а классический закон Ньютона для бесконечно малого элемента.
- Формула (2.4) для волнового вектора записана неверно.
- На странице 31 в тексте перед формулой (2.30) сказано о произведении трех различных собственных значений, но в самой формуле фигурирует произведение пяти.
- В работе часто встречаются стилистически неверно построенные фразы и ошибки в пунктуации, что затрудняет чтение текста.

Сделанные замечания не снижают в целом высокий квалификационный уровень работы.

Оценивая работу в целом, отметим, что она является самостоятельным и завершенным исследованием, обладающим внутренним единством. Полученные в работе результаты полностью соответствуют заявленным целям исследования. Тема и содержание диссертации **соответствуют паспорту специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела** (пп. 2,3 целей, пп. 4,8 перечня областей исследования, указанных в паспорте специальности). Решенные в диссертации задачи имеют существенное значение для развития механики деформируемого тела.

Работа прошла достаточную апробацию на всероссийских и международных конференциях. По теме диссертации опубликовано 7 работ, в том числе 2 работы в изданиях, входящих в список изданий, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России, и 3 в трудах международных конференций, проиндексированных в базе данных Scopus.

**Аннотация** правильно и полно отражает содержание диссертации.

Результаты, полученные в диссертации, могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Южном федеральном университете, Кубанском государственном университете, Санкт-Петербургском государственном университете, МГТУ им. Баумана, Институте проблем

механики РАН, СГУ им. Чернышевского, в других организациях, исследующих проблемы распространения упругих волн в твердых телах, а также проблемы создания новых композитных и функциональных материалов.

Диссертация «Особенности распространения и дифракции волн в слоистых фоновых кристаллах» представляет собой научно-квалификационную работу, удовлетворяющую пп. 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24 сентября 2013 г., а её автор – Александров Андрей Анатольевич – заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Отзыв обсуждён и одобрен на заседании кафедры математической теории упругости и биомеханики механико-математического факультета ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», протокол заседания № 15 от 4 июля 2018 года.

Заведующий кафедрой  
математической теории упругости и биомеханики  
ФГБОУ ВО «Саратовский национальный  
исследовательский государственный  
университет имени  
Н.Г. Чернышевского»  
д.ф.-м.н., профессор

Коссович Леонид Юрьевич

410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83  
(8452) 21-06-83  
kafedramtuibm@yandex.ru

