АТ-группы, не являющиеся АТ-подгруппами

А. В. Рожков

АТ-группы (1986) - это обобщение известного примера С.В.Алешина (1972) ф.а. бернсайдовой группы бесконечного периода. Пусть A — последовательность множеств, T — слойно однородное дерево, построенное над A. Группа, порожденная корневыми и продольными автоморфизмами дерева T называется АТ-группой над деревом T. Подгруппа АТ-группы называется АТ-подгруппой, если она АТ-группа над тем же деревом T, что и объемлющая группа. Если последовательность A состоит из групп, то АТ-группа называется регулярной, если из циклических групп конечного порядка $\Omega = (\Omega_1, \Omega_2, ...)$, то AT_Ω-группой, а из циклических групп простого порядка $\omega = (\omega_1, \omega_2, ...)$, AT_ω-группой.

Вопрос 16.79. *Верно ли, что в любой конечно порожденной АТ-группе над последовательностью циклических групп, порядки которых ограничены, все силовские подгруппы локально конечны?*

На конференции (Геленджик, 2018) было доложено, что ответ отрицательный и приведено несколько примеров. Вот более полное решение вопроса.

Теорема 1. *Если ограниченная последовательность ω, начиная с некоторого номера, стабилизируется на простом числе p, то существует AT_ω-группа с нелокально конечной силовской p-подгруппой. Если последовательность ω не имеет предела, т.е. не стабилизируется, все силовские подгруппы любой такой AT_ω-группы локально конечны.*

Теорема 2. *Если у ограниченной последовательности Ω,(не являющейся ω) все члены, начиная с некоторого номера, делятся на простое число p, то существует AT_Ω-группа с нелокально конечной силовской p-подгруппой, которая будет AT-группой, но не AT-подгруппой. Если ни один "хвост" последовательности Ω не имеет такого простого числа p, то все силовские подгруппы любой такой AT_Ω-группы локально конечны.*

1. В классе AT_ω-групп нет групп, у которых есть подгруппы, являющиеся АТ-группами, но не АТ-подгруппами.

2. Теорема 1 не является частным случаем теоремы 2, они дополняют друг друга.

3. AT_ω-группы отличаются от остальных АТ-групп так же сильно, как циклические группы простого порядка отличаются от других простых групп.

4. Группа $\mathbb{Z}_p$ порождается любым своим неединичным элементом, является полем, сопровождающие перестановки задаются векторами и т.д. что существенно облегчает изучение AT_ω-групп. Именно поэтому почти все исследованные к настоящему времени АТ-группы являются AT_ω-группами.

Проект реализуется победителем Конкурса на предоставление грантов благотворительной программы «Стипендиальная программа Владимира Потанина» Благотворительного фонда Владимира Потанина

Кубанский государственный университет, Краснодар
E-mail: great.ros.marine2@gmail.com