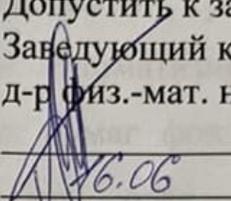


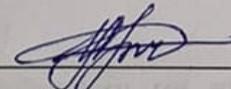
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «КубГУ»)

Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кафедра прикладной математики

Допустить к защите
Заведующий кафедрой
д-р физ.-мат. наук, профессор
М.Х. Урtenов
 16.06 2022 г.

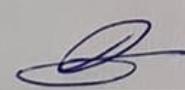
**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА)**

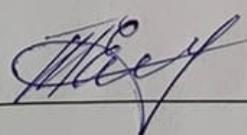
**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ИНВЕСТИЦИОННОГО
ПОРТФЕЛЯ**

Работу выполнил  А.П. Иванов

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность Математическое и информационное обеспечение
экономической деятельности

Научный руководитель
канд. физ.-мат. наук, доц.  К.В. Малыхин

Нормоконтролер
преподаватель  Е.С. Троценко

Краснодар
2022

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа 51 с., 4 ч., 27 рис., 17 источников.

АКЦИИ, ФОНДОВЫЙ РЫНОК, БИРЖА, АКТИВ, ВОЛАТИЛЬНОСТЬ, ПРОГРАММА, ПОРТФЕЛЬ, ОПТИМИЗАЦИЯ, РИСКИ, ОГРАНИЧЕНИЯ, ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ, ДЕСКТОПНОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ

Целью данной выпускной квалификационной работы является разработка десктопного приложения, которое автоматизирует получение, выбранных пользователем, котировок ценных бумаг фондовой биржи, и формирует различные инвестиционные портфели, оптимизированные по выбранным критериям.

В теоретической части работы были исследованы математические модели и подходы, используемые для формирования оптимальных инвестиционных портфелей ценных бумаг. В практической части было разработано десктопное приложение для оптимизации инвестиционных портфелей по выбранным критериям и проведено исследование работы разработанного приложения.

Программный код реализован на языке программирования Python с использованием библиотек pandas, matplotlib, numpy, scipy и ruqt.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1 Задача оптимизации инвестиционного портфеля	6
2 Формулировки задач оптимизации инвестиционного портфеля	7
2.1 Современная портфельная теория Марковица.....	7
2.2 Стратегии распределения активов с учётом риска	10
3 Параметры задач оптимизации	16
3.1 Показатели доходности	16
3.2 Показатели риска.....	21
3.3 Ограничения для задач оптимизации инвестиционного портфеля	23
4 Решение задач оптимизации инвестиционного портфеля	26
4.1 Используемые инструменты для решения	26
4.2 Описание разработанного приложения	28
4.3 Аналитическое исследование портфеля ценных бумаг.....	32
Заключение	49
Список использованных источников.....	50

ВВЕДЕНИЕ

В финансовой литературе под понятием инвестиционного портфеля рассматривается набор активов, которыми владеет физическое лицо или финансовое учреждение. К таким активам относятся корпоративные акции, государственные облигации, сырье (золото, нефть, сталь и др.), финансовые инструменты, опционы, фьючерсы и фьючерсные контракты, биржевые инвестиционные фонды и т.п. Менеджер инвестиционного портфеля – это лицо, ответственное за принятие решений, принятых в рамках использования капитала, переданного ему индивидуальными собственниками или финансовыми учреждениями. Портфельный менеджер несет основную ответственность за управление портфелем средств и обязательств финансового учреждения.

Предположим, что у нас есть капитал в размере 200 т. руб. для инвестиций в акции. Далее, предположим, что на рынке есть акции трёх компаний:

Microsoft Corporation, Steel Dynamics Inc. и Dow Inc.. Инвестиционный взгляд на эти три компании вызывает следующие фундаментальные вопросы:

- в какие из них мы будем инвестировать?
- сколько бы мы вложили в каждую из них?

Соотношение акций этих компаний в портфеле ответит на вышеуказанные вопросы. Т.е. если A – это часть капитала, которая будет вложена в Microsoft Corporation, B – это часть капитала, которая будет вложена в Steel Dynamics Inc., а C – это часть, которая будет вложена в Dow Inc.. И мы распределяем капитал так, чтобы все наши 200 т. руб. были полностью инвестированы. Для этого мы рассматриваем возможность введения такого ограничения, что $A + B + C = 100\%$ нашего капитала. Нам необходимо определить, какая именно часть капитала должна быть вложена в каждый актив. Найдя эти части, а именно A , B и C , мы определяем оптимальный набор, которые будут соответствовать акциям, в которые мы считаем нужным

инвестировать. Именно определение оптимального набора весов в финансовой литературе рассматривается как задача оптимизации инвестиционного портфеля.

Инвестиционный портфель может состоять из любых инвестиционных инструментов и иметь множество ограничений.

Различные финансовый учреждения, такие как банки, компании по управлению фондами и учреждения, занимающиеся консультационной деятельностью в сфере инвестиций, постоянно сталкиваются с проблемой управления активами подконтрольных портфелей. Проблемы чаще всего связаны с формированием самих портфелей и их балансировке. Современная портфельная теория Марковица обеспечила фундаментальный прорыв в структуре анализа средней дисперсии.

С тех пор были разработаны модификации, расширения и альтернативы теории Марковица. Были сформированы различные подходы для её упрощения и для устранения в ней различных ограничений.

Различные потрясения в финансовом мире (кризисы, экономические дисбалансы, алгоритмическая торговля), а также очень волатильные (статистический финансовый показатель, характеризующий изменчивость цены) активы вызывают множество опасений в ходе управления финансовыми рисками. Очень важным в портфельной теории стало включение показателей риска для оптимизации портфеля. В последнее время появились различные математические модели, позволяющие разрабатывать практические стратегии распределения активов с учетом риска. Учет факторов риска, несомненно, вносит дополнительные реалистичные ограничения с повышенным числом параметров для формулировки математически сложных целевых функций и ставит под сомнение роль детерминированных процедур математической оптимизации.

Объектом исследования данной работы является рынок ценных бумаг.

Предметом исследования выступает оптимизация и составление портфелей ценных бумаг на основе различных коэффициентов и показателей эффективности.

Целью работы является улучшение качества процедуры формирования инвестиционного портфеля путем разработки нового аналитического десктопного приложения, способного решать задачи оптимизации весов активов ценных бумаг в портфеле.

В условиях активной государственной политики по развитию финансового сектора в стране, необходимость в разработке новых инструментов для анализа и оптимизации инвестиционных портфелей ценных бумаг, позволяющих получить объективную информацию о возможностях инвестирования, является одной из актуальных проблем, стоящих перед отраслью.

Актуальность работы определяется необходимостью эффективного управления инвестиционными портфелями с целью повышения благосостояния отдельных граждан и предприятий в частности и экономики в целом.

1 Задача оптимизации инвестиционного портфеля

Математическое моделирование задачи оптимизации портфеля пытается рассмотреть различные параметры задачи, обращаясь к мерам доходности, а также к мерам риска. Ввиду различных проблем, возникающих при управлении портфелем, теоретики и практики постоянно пересматривают различные методы измерения доходности, рисков и эффективности портфеля.

Учитывая реальные сложности работы в условиях финансовых ограничений и стратегических соображений, модели оптимизации портфеля разрабатываются с рядом ограничений и с различными целями.

На практике портфельные менеджеры финансовых организаций постоянно сталкиваются с проблемой адаптации ранее разработанных теоретических моделей к динамике текущих сценариев. У каждого управляющего портфелем есть собственное представление о портфеле, которым он управляет, и с ростом эмпирических данных необходимость ослабления некоторых допущений в моделях становится все более важной. Некоторые портфельные управляющие могут распределить все свое состояние, чтобы равномерно вложить его во все активы, в то время как другие могут строго придерживаться принципов, установленных Марковицем [1], и стремиться к снижению дисперсии портфеля.

В данной работе мы фокусируемся на решении задачи оптимизации путем объединения оптимальных решений, полученных из различных источников, включая формулировки и стратегии формирования оптимальной структуры инвестиционного портфеля. В следующей главе описываются некоторые математические формулировки задачи оптимизации и рассматриваются предлагаемые подходы к их решению.

2 Формулировки задач оптимизации инвестиционного портфеля

2.1 Современная портфельная теория Марковица

Гарри Марковиц совершил фундаментальный прорыв в управлении инвестициями, разработав модель оптимизации портфеля с использованием соответствующей системы анализа средней дисперсии. Статистика описывает инвестиции с точки зрения их ожидаемой долгосрочной прибыли и ожидаемой краткосрочной волатильности. Такая формулировка поддерживает концепцию инвестирования капитала по различным активам (диверсификации). В этой теории основные действия направлены на минимизацию дисперсии портфеля при заданной ожидаемой его доходности. Смысл заключается в том, чтобы при увеличении уровня риска, на который готов пойти инвестор, инвестор получает большую прибыль.

Формулировка Марковица:

Целевая функция:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j s_i s_j p_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

Ограничения:

$\sum_{i=1}^n r_i x_i = r_p$ – ограничение на доходность,

$\sum_{i=1}^n x_i = 1$ – ограничения по бюджету,

$0 \leq x_i \leq 1, \forall i$ – только длинные позиции,

где

n – Количество активов;

x – вектор-столбец весов портфеля размерности n ;

x_i – i -ый элемент вектора x , обозначающий вес i -го актива в портфеле;

r_p – ожидаемая доходность портфеля;

σ_p^2 – дисперсия портфеля;

r – вектор ожидаемой доходности размерности n для n активов;

s – вектор ожидаемых рисков размерности n для n активов;

r_i – i -ый элемент r , обозначающий ожидаемую доходность i -го актива;

s_i – i -ый элемент s , обозначающий ожидаемый риск i -го актива;

ρ_{ij} – коэффициент корреляции между доходностями i -го и j -го активов, $j, j \in [-1; 1]$.

Формулировка Марковица в матричной форме:

Целевая функция:

$$\sigma_p^2 = x^T \sum x \rightarrow \min \quad (2)$$

Ограничения:

$\sum_{i=1}^n r_i x_i = r_p$ – ограничение на доходность,

$\sum_{i=1}^n x_i = 1$ – ограничения по бюджету,

$0 \leq x_i \leq 1, \forall i$ – только длинные позиции,

где

x^T – транспонированный x (вектор-строка весов портфеля).

Для того чтобы избежать медленной или неосуществимой сходимости вышеприведенной формулировки оптимизации, можно сделать ограничение доходности нестрогим.

Формулировка Марковица с нестрогим ограничением на доходность:

Целевая функция:

$$\sigma_p^2 = x^T \sum x \rightarrow \min \quad (3)$$

Ограничения:

$\sum_{i=1}^n r_i x_i \geq r_p$ – ограничение на доходность,

$\sum_{i=1}^n x_i = 1$ – ограничения по бюджету,

$0 \leq x_i \leq 1, \forall i$ – только длинные позиции.

В формулировке рассматривается арифметическая доходность для активов в качестве меры доходности и стандартное отклонение в качестве меры риска.

Теория Марковица была сформулирована на основе нескольких предположений:

1) инвестор, имеющий конкретный денежный капитал в момент времени $t = 0$, инвестирует всю сумму в n активов, т.е. покупает в различных долях активы, по ценам известным на период времени T . Таким образом, предполагается, что на весь период инвестирования структура портфеля остаётся постоянной. А по окончании периода T инвестор продает все активы из портфеля;

2) стоимость всех финансовых активов на рынке отражает всю имеющуюся информацию об этих активах, все участники рынка обладают полной информацией о них, а инвесторы не склонны рисковать. Также не учитываются транзакционные издержки при проведении сделок. Другими словами, рынок ценных бумаг является эффективным;

3) формирование цен на финансовые активы на рынке является случайным процессом. Поэтому может быть применен аппарат теории вероятностей;

4) совместное вероятностное распределение доходностей активов портфеля не меняется за время, которое инвестор держит свои активы;

5) невозможность открытия коротких позиций по активам.

Можно сформулировать задачи с другими параметрами оценки доходности, которые непосредственно связаны с критическими аспектами финансовых рынков, и имеющих большое значение для крупных финансовых институциональных инвесторов и банков. Они могут включать среднюю прибыль и убытки, то есть среднюю прибыль и убытки – средний PnL, (в абсолютной стоимости, или в процентах, или для каждого отраслевого сектора, или в заранее определенный период времени) который представляет собой отчет о прибылях и убытках, содержащий сводную информацию о обороте фирмы за отчетный период в совокупной сумме с начала календарного года. PnL создается с целью сравнения доходов и затрат за определенный период времени и оценки достижения операционных целей бизнеса с точки зрения прибыльности или убытков. Критические аспекты финансовых рынков также включают совокупный годовой темп роста

(CAGR). CAGR (англ. Compound Annual growth rate) выражается в процентах и показывает, на какой процент за год увеличивается изучаемый параметр. CAGR можно рассчитать по следующей формуле:

$$CAGR(t_0, t_n) = \left(\frac{V(t_n)}{V(t_0)} \right)^{\frac{1}{t_n - t_0}} - 1 \quad (4)$$

где

t_0 – начальное время;

t_n – конечное время;

$V(t)$ – стоимость актива в момент времени t .

Для других критических может потребоваться расчёт относительной доходности, например, для использования коэффициента захвата рынка «вверх-вниз» или абсолютных коэффициентов управления рисками, таких как коэффициент Шарпа, коэффициент Калмара или коэффициент Сортино. Либо при вычислении показателей доходности с поправкой на риск, к которым относятся альфа Дженсона, коэффициент Трейнора, коэффициент информации.

Фактически экономическая политика в финансовые операции накладывают ряд ограничений на традиционную постановку задачи оптимизации. Ограничение по бюджету и ограничение доходности являются естественными для данной задачи. Продолжение наложения ограничений, таких как ограничение на владение, ограничение на распределение рисков, ограничение на размер сделки, ограничение кардинальности и других различных ограничений, которые описаны в 3-ей главе.

2.2 Стратегии распределения активов с учётом риска

Теоретически методы распределения активов в широком смысле классифицируются на: Стратегические, Тактические и Динамические.

Методы стратегического распределения активов направлены на создание набора активов, отвечающего оптимальному соотношению

ожидаемой доходности и рисков и часто являющихся предпочтительными для долгосрочных целей, тогда как тактические методы распределения активов использует такой подход, в котором активы в портфеле распределяются по различным секторам, которые обладают хорошим потенциалом для получения прибыли. Тактические методы распределения активов подходят для рыночных сценариев с высоким уровнем воздействия. Совсем иной подход имеет динамическое распределение активов. Оно больше направлено на создании постоянного сочетания активов по мере роста/падения рынков и укрепления/ослабления экономики. Этот метод предполагает занятие коротких позиций в падающих активах и длинных позиций в растущих активах. Существует множество различных стратегий распределения активов, которые включают в себя страхование, интегрирование и т.д.

Глобальный финансовый кризис подтолкнул учёных к написанию различной литературы по эффективному управлению и оптимизации финансовых портфелей посредством стратегического распределения активов. В исследовательской работе [2] говорится, что в ряде исследований подчеркивается большая эффективность стратегических методов распределения активов по сравнению с традиционными методами высокой диверсификации. Но в них есть проблема: отсутствует чётко определенная целевая функция для управления инвестициями и оптимизации портфеля на основе стратегических подходов, а также метрик, используемых для оценки эффективности портфеля. Поэтому в [2] рассматривают проблему в традиционном контексте средней дисперсии в попытке понять их теоретические основы. Некоторые из методов стратегического распределения активов на основе риска кратко описаны ниже.

Стратегия составления *портфеля с равными весами или портфель 1/N*. Данная стратегия основана на распределении капитала между всеми активами в портфеле в равных весах. С увеличением количества активов в портфеле происходит присвоение активам меньших весов. Эта стратегия является наименее концентрированной с точки зрения весов. Такая стратегия

управления портфелем игнорирует характеристики активов, не применяет никаких ограничений, кроме бюджетного ограничения, и не имеет целевой функции. Веса распределяются следующим образом:

$$x_i = 1/n, \forall i \quad (5)$$

где

$\forall i$ – условие равенства весов.

Стратегия составления портфеля с глобальной минимальной дисперсией. Данная стратегия предполагает минимизацию дисперсии портфеля без наличия ограничения по доходности. Необходимо только учитывать ковариационную матрицу доходности активов и накладывать бюджетное ограничение. В этой стратегии существует тенденция к выделению более высоких весов активам с низкой волатильностью, которые, в свою очередь, имеют тенденцию быть более чувствительными к оценкам параметров как для вариаций, так и для ковариационной матрицы доходности. При минимизации дисперсии портфеля без учета ожидаемой доходности, предельные вклады в риски всех активов в портфеле идентичны и, скорее, равны волатильности портфеля и хорошо сконцентрированы.

Целевая функция:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j s_i s_j p_{ij} \rightarrow \min \quad (6)$$

Ограничения:

$\sum_{i=1}^n x_i = 1$ – ограничения по бюджету,

$0 \leq x_i \leq 1, \forall i$ – только длинные позиции,

где

$p_{ij} \in [-1; 1], \forall i, j$ – коэффициент корреляции между i -ым и j -ым активами в портфеле.

Запись в матричной форме:

Целевая функция:

$$\sigma_p^2 = x^T \Sigma x \rightarrow \min \quad (7)$$

Ограничения:

$\sum_{i=1}^n x_i = 1$ – ограничения по бюджету,

$0 \leq x_i \leq 1, \forall i$ – только длинные позиции.

Стратегия составления *наиболее диверсифицированного портфеля*. Данная стратегия предполагает максимальную диверсификацию бюджета по всем активам портфеля. Максимальная диверсификация может быть достигнута путем расчёта коэффициента диверсификации, который максимизирует расстояние между двумя показателями волатильности одного и того же портфеля, или путем минимизации взвешенной по риску дисперсии портфеля, которая будет учитывать сопутствующие риски, связанные с максимальной диверсификацией в портфеле. Такой подход с использованием коэффициента диверсификации часто называют подходом с максимальным коэффициентом Шарпа, потому что, в случае, когда коэффициент Шарпа одинаков для всех активов, максимизация коэффициента диверсификации эквивалентна максимизации коэффициента Шарпа. И даже если это соотношение максимально, портфель остается относительно концентрированным с точки зрения весов и доли рисков, связанных с активами.

Целевая функция:

$$DR = \frac{\sum_{i=1}^n x_i s_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j s_i s_j \rho_{ij}}} \rightarrow \max \quad (8)$$

Ограничения:

$\sum_{i=1}^n x_i = 1$ – ограничения по бюджету,

$0 \leq x_i \leq 1, \forall i$ – только длинные позиции.

Задача в матричном виде:

Целевая функция:

$$DR = \frac{x^T \sigma}{\sqrt{x^T \Sigma x}} \rightarrow \max \quad (9)$$

Ограничения:

$\sum_{i=1}^n x_i = 1$ – ограничения по бюджету,

$0 \leq x_i \leq 1, \forall i$ – только длинные позиции.

Подход с взвешенным риском аналогичен подходу с коэффициентом диверсификации, в котором весовые коэффициенты рисков моделируются как ограничения, а бюджетное ограничение ослабляется. С точки зрения оптимальности предполагается, что весовые коэффициенты могут быть распределены больше, чем весь капитал, а для соблюдения бюджетных ограничений дополнительно нормализуются весовые коэффициенты. На практике было замечено, что такая индексация на основе риска обеспечивает диверсификацию и является независимой от рыночной капитализации.

Целевая функция:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j s_i s_j p_{ij} \rightarrow \min \quad (10)$$

Ограничения:

$\sum_{i=1}^n s_i x_i = 1$ – ограничения уровня риска,

$0 \leq x_i \leq 1, \forall i$ – только длинные позиции.

где

s_i – ожидаемый риск i -го актива в портфеле.

Задача в матричном виде:

Целевая функция:

$$\sigma_p^2 = x^T \sum x \rightarrow \min \quad (11)$$

Ограничения:

$\sum_{i=1}^n s_i x_i = 1$ – ограничения уровня риска,

$0 \leq x_i \leq 1, \forall i$ – только длинные позиции.

Стратегия составления *портфеля с равновзвешенным вкладом в риск*. Цель этой стратегии распределения активов состоит в том, чтобы свести к минимуму дисперсию пересчитанных вкладов в риск (долей риска, которая отнесена к соответствующему активу). Вклад актива в риск определяется как произведение веса актива в портфеле и его предельного вклада в риск, который

равен бета волатильности базового актива. Данная стратегия составления портфеля позволяет создать высоко диверсифицированный портфель, который наименее чувствителен к ковариационной матрице доходности активов, а процентная доля рисков всех активов в нём одинакова.

Свойства стратегии составления портфеля с равновзешенным вкладом в риск рассматриваются в работе [3]. В этой работе рассматриваются две формулировки построения задач оптимизации инвестиционного портфеля.

Первая формулировка об относительном риске актива по сравнению с остальным портфелем, а вторая формулируется, как задача минимизации дисперсии портфеля с учетом нелинейного ограничения неравенства, которое приведет к достаточной диверсификации весов. В данной работе рассматривается первая формулировка.

Целевая функция:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(x_i \left(\sum x \right)_i - x_j \left(\sum x \right)_j \right)^2 \rightarrow \min \quad (12)$$

Ограничения:

$\sum_{i=1}^n x_i = 1$ – ограничения по бюджету,

$0 \leq x_i \leq 1, \forall i$ – только длинные позиции,

где

$\sum x = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_j$ – пересчитанные рисковые взносы.

Теоретический интерес к методам распределения основанных на оценке риска постоянно растет в связи с их практической важностью. Такие подходы, как [4], даже рассматривают моделирование доходности активов как ненаблюдаемые независимые броуновские движения с одинаковым сдвигом для всех активов. В совокупности эти движения Брауна представляют характеристики доходности, включающие волатильность и корреляции между активами.

3 Параметры задач оптимизации

3.1 Показатели доходности

В данном разделе представлены некоторые абсолютные и относительные показатели доходности и риска. Эти показатели используются в качестве параметров задачи оптимизации инвестиционного портфеля.

Показатели абсолютной доходности:

Арифметическая доходность. Такая доходность представляет доходности активов, как разность между будущей ценой и текущей ценой, деленной на текущую цену.

Логарифмическая доходность. Такая доходность представляет доходности активов, как логарифм от отношения будущей цены и текущей цены актива.

Среднемесячная прибыль. Иными словами – это среднее арифметическое значение периодов с прибылью. Среднемесячная прибыль рассчитывается путем нахождения суммы доходностей всех периодов с прибылью и деления найденной суммы на количество периодов с прибылью.

Среднемесячный убыток. Иными словами – это среднее арифметическое значение периодов с убытками. Среднемесячный убыток рассчитывается путем нахождения суммы доходностей всех периодов с убытками и деления найденной суммы на количество периодов с убытками.

Показатели относительной доходности:

Коэффициент захвата движения рынка вверх/вниз. Коэффициент захвата движения рынка вверх [5] – это статистическая мера общей эффективности инвестиционного менеджера на восходящих рынках. Он используется для оценки того, насколько хорошо инвестиционный менеджер работал относительно индекса в периоды, когда этот индекс повышался. Коэффициент рассчитывается по следующей формуле:

$$\text{Up – Market Capture Ratio} = \frac{MR}{IR} \times 100 \quad (13)$$

где

MR – доходность менеджера;

IR – индексная доходность.

Более высокое значение этого коэффициента является предпочтительным.

Коэффициент захвата движения рынка вниз. [6] – это статистический показатель общей эффективности работы инвестиционного менеджера на нисходящих рынках. Он используется для оценки того, насколько хорошо инвестиционный менеджер работал относительно индекса в периоды, когда этот индекс падал. Коэффициент рассчитывается по следующей формуле:

$$\text{Down – Market Capture Ratio} = \frac{MRDM}{IR} \times 100 \quad (14)$$

где MRDM – доходность менеджера на нисходящем рынке.

Предпочтительнее меньшее значение этого коэффициента.

Абсолютные показатели доходности с поправкой на риск:

Коэффициент Шарпа. Коэффициент Шарпа [7] – это показатель, который используется для того, чтобы инвесторы могли понять доходность своих инвестиций по сравнению с их риском. Данный коэффициент представляет собой средний доход, полученный сверх безрисковой ставки на единицу волатильности или общего риска. Волатильность – это мера колебаний цены актива или портфеля. Рассчитать коэффициент можно по следующей формуле:

$$SR = \frac{r_p - r_f}{\sigma_p} \quad (15)$$

где

r_f – безрисковая ставка.

В качестве безрисковой ставки чаще всего используют доходность казначейских облигаций США. Коэффициент Шарпа выше 1,0 обычно считается «хорошим», поскольку это говорит о том, что портфель предлагает избыточную прибыль по сравнению с его волатильностью.

Коэффициент Кальмара. Коэффициент Кальмара [8] – это показатель эффективности инвестиционных фондов. Он представляет собой функцию соотношения среднего совокупного годового дохода фонда и его максимальной просадки. Чем выше коэффициент Кальмара, тем лучше он работает с поправкой на риск в течение определенного периода времени, который чаще всего составляет 36 месяцев. Рассчитать коэффициент Кальмара можно по следующей формуле:

$$CR = \frac{CAGR}{MaxDrawdown} \quad (16)$$

где

MaxDrawdown – максимальная просадка за период времени, взятый для расчёта CAGR.

Коэффициент Стерлинга. Коэффициент Стерлинга [9] – это показатель доходности инвестиционного портфеля с поправкой на риск. Хотя существует несколько определений коэффициента Стерлинга, он измеряет доходность по средней просадке по сравнению с более часто используемой максимальной просадкой. В то время как максимальная просадка оглядывается назад на весь период и занимает худшую точку вдоль этой кривой справедливости, быстрое изменение взгляда назад позволяет увидеть, что худший пик к потере долины был для каждого календарного года. Оттуда просадки каждого года усредняются, чтобы получить среднегодовую просадку. Первоначальное определение, скорее всего, было предложено Дином Стерлингом Джонсом:

$$Sterling \ Ratio = \frac{CompoundROR}{ABS(Avg. AnnualDD - 10\%)} \quad (17)$$

где

CompoundROR – как совокупная годовая доходность за предыдущие годы;

Avg. AnnualDD – среднегодовое максимальное снижение за предыдущие годы.

Коэффициент Сортино. Коэффициент Сортино [10] – это модификация коэффициента Шарпа, которая использует стандартное отклонение актива от отрицательной доходности портфеля – отклонение в отрицательную сторону – вместо общего стандартного отклонения доходности портфеля. Рассчитать коэффициент Сортино можно по следующей формуле:

$$\text{Sortino Ratio} = \frac{r_p - r_f}{\sigma_d} \quad (18)$$

где

σ_d – стандартное отклонение в отрицательную сторону.

Относительные показатели доходности с поправкой на риск:

Альфа Дженсена. Альфа Дженсена [11] – это коэффициент, который позволяет оценить доходность, например, ценной бумаги по отношению к рыночной доходности (ожидаемой). Рассчитать альфу Дженсена можно по следующей формуле:

$$\alpha = r_p - r_f - \beta_p * (r_m - r_f) \quad (19)$$

где

r_m – ожидаемая рыночная доходность, определяемая, например, доходностью какого-либо индекса широкого рынка, например S&P500 или индекс РТС;

β_p – бета портфеля показывает степень зависимости портфеля к общей динамике рынка (волатильность портфеля по отношению к рынку).

Рассчитать бету портфеля можно по следующей формуле:

$$\beta_p = \frac{\text{cov}(r_p, r_m)}{\sigma_m^2} \quad (20)$$

Где

σ_m^2 – дисперсия доходности рынка (как правило, доходности основного фондового индекса) за определенный период времени.

Коэффициент Трейнора. Коэффициент Трейнора [12] – это коэффициент похожий на коэффициент Шарпа, но в качестве меры

волатильности используется бета, а не стандартное отклонение. Формула коэффициента Трейнора:

$$Treynor\ Ratio = \frac{r_p - r_f}{\beta_p} \quad (21)$$

Большее значение коэффициента предпочтительнее.

Коэффициент Трейнора является тангенсом угла наклона линии, проведенной из точки, соответствующей безрисковому активу, к оцениваемому портфелю. Сравнение портфелей с разным наклоном позволяет проранжировать их. Соответственно, портфель с большим значением коэффициента Трейнора будет более привлекателен для инвесторов, нежели портфель с меньшим значением коэффициента

Коэффициент информации (IR). Коэффициент информации [13]– это измерение доходности портфеля, превышающей доходность бенчмарка, обычно индекса, по сравнению с волатильностью этой доходности.

IR часто используется в качестве меры уровня мастерства управляющего портфелем и его способности генерировать сверхдоходы по сравнению с бенчмарком, но он также пытается определить последовательность результатов деятельности путем включения в расчет ошибки отслеживания, или компонента стандартного отклонения.

Ошибка отслеживания определяет уровень последовательности, с которой портфель «отслеживает» показатели индекса. Низкая ошибка отслеживания означает, что портфель постоянно выигрывает у индекса в течение долгого времени. Высокая ошибка отслеживания означает, что доходность портфеля более волатильна во времени и не так последовательно превосходит показатель бенчмарка. Формула коэффициента информации:

$$IR = \frac{r_p - r_b}{Tracking\ Error} \quad (22)$$

где

r_b – доходность бенчмарка;

Tracking Error или σ_{p-b} – это стандартное отклонение разницы между доходностью портфеля и доходностью бенчмарка.

3.2 Показатели риска

Показатели абсолютного риска:

В качестве абсолютных мер риска рассматриваются такие показатели, как стандартное отклонение доходности активов, стандартное отклонение для периодов прибыли и убытка, отношение прибыли к убытку (которое измеряет среднюю прибыль актива в период прибыли, деленную на средний убыток актива в период убытка), асимметрию, эксцесс.

Стандартное отклонение доходности актива рассчитывается по следующей формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n}} \quad (23)$$

где

\bar{r} – средняя доходность активов.

Средняя доходность активов рассчитывается по формуле:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i}{n} \quad (24)$$

Относительные меры риска:

К относительным мерам риска относят коэффициент β_p [14] упомянутый ранее. Для вычисления коэффициента используется формула (20).

Показатели хвостового риска:

Хвостовой риск [15] – это вероятность возникновения убытков в результате редкого события, предсказанного распределением вероятности. В разговорной речи считается, что краткосрочное движение более чем на три стандартных отклонения является проявлением хвостового риска. Хотя технически хвостовой риск относится как к левому, так и к правому хвосту,

людей больше всего волнуют убытки (левый хвост). Хвостовые события заставили экспертов задаться вопросом об истинном вероятностном распределении доходности инвестируемых активов.

Традиционные портфельные стратегии обычно исходят из того, что доходность рынка соответствует нормальному распределению. Однако концепция хвостового риска предполагает, что распределение доходности не является нормальным, а перекошено и имеет более толстые хвосты.

Жирные хвосты указывают на то, что существует вероятность, которая может быть больше, чем предполагается, что инвестиции выйдут за пределы трех стандартных отклонений. Распределения, характеризующиеся толстыми хвостами, часто встречаются, например, при изучении доходности хедж-фондов.

К показателям хвостового риска относят:

Стоимость под риском (VaR) [16] – это статистика, которая используется в управлении рисками для прогнозирования наибольших возможных потерь за определенный период времени. VaR определяется тремя переменными: конкретным периодом времени, уровнем доверия и размером возможных потерь. Один из способов расчета VaR основан на исторических данных, предполагая, что будущие доходы будут примерно одинаковыми. Метод дисперсии-ковариации предполагает, что доходность будет соответствовать нормальному статистическому распределению. Имитация Монте-Карло создает упрощенную модель, которая предсказывает будущую доходность акций с помощью случайных испытаний.

Ожидаемые хвостовые потери (ETL) [17] – также называются условной стоимостью под риском (CVaR) или ожидаемым дефицитом, является мерой оценки риска, которая количественно определяет величину хвостового риска инвестиционного портфеля. CVaR рассчитывается путем взятия средневзвешенного значения «экстремальных» потерь в хвосте распределения возможных доходов, за пределами точки отсечения стоимости под риском (VaR). Условная стоимость под риском используется при оптимизации

портфеля для эффективного управления рисками. Условная стоимость под риском определяется на основе стоимости под риском для портфеля или инвестиций. Использование CVaR в отличие от простого VaR, как правило, приводит к более консервативному подходу с точки зрения подверженности риску. Выбор между VaR и CVaR не всегда очевиден, но волатильные и движимые инвестиции могут выиграть от CVaR в качестве проверки предположений, налагаемых VaR.

3.3 Ограничения для задач оптимизации инвестиционного портфеля

Ниже представлены некоторые ключевые для оптимизации финансового портфеля технические ограничения. На практике существует гораздо больше ограничений, что связано со спецификой различных бизнесов.

Ограничение по бюджету является дополнительным линейным ограничением, которое обеспечивает верхние и нижние границы на сумме весов портфеля. Данное ограничение гарантирует, что общая доля распределяемых весов всегда равнялась ста процентам от общего объема инвестиций.

Ограничение фактора риска, которое также называют ограничением доли риска. Данное ограничение представляет собой долю риска портфеля, которая может быть отнесена к каждому активу. Оно полезно для создания портфелей с паритетом риска и эффективного управления распределением рисков в портфеле.

Ограничение доходности представляет собой ожидаемую доходность портфеля. Он требует, чтобы ожидаемая доходность портфеля была равна ожидаемой доходности любого безрискового актива. Выполнение этого критерия может привести к увеличению количества повторений. Для преодоления проблемы сходимости оно часто превращается в строгое ограничение.

Торговое ограничение выставляет границу для кол-ва активов в портфеле, которыми можно торговать в процессе управления портфелем. Обычно целью введения данного ограничения является снижение стоимости транзакционных издержек, затрат на торговлю и брокерские услуги.

Ограничение оборота, которое также называют ограничением покупки и/или продажи. Это ограничение представляет собой количество денег, которым можно торговать. Оно накладывает верхние границы на изменение владения активами от одного периода к другому.

Ограничение круглого лота. Торговля на рынке ценных бумаг в основном осуществляется путем целочисленной покупки активов. Когда цены активов указаны для лотов, балансировка портфеля осуществляется соответствующим образом. Позиции, имеющие нецелые значения, исключаются из сферы действия данного ограничения. Ограничение круглого лота может привести к тому, что бюджетное ограничение не будет строго выполняться, так как капитал не всегда может быть разделен как точное кратное торгового лота для всех активов.

Ограничение на использование только длинных позиций позволяет открывать длинные позиции только во время ребалансировки портфеля. Данное ограничение исключает возможность использования коротких позиций, т.е. активы не могут быть проданы во время управления портфелем. Математически оно не допускает отрицательных весов.

Ограничение по удержанию, которое также называется *ограничением кардинальности*. Данное ограничение устанавливает максимальное количество активов, которое можно держать в портфеле. Это ограничение позволяет снизить затраты на перевзвешивание портфеля и обеспечивает эффективный мониторинг за счет работы с ограниченным числом активов.

Ограничение ошибки отслеживания. Оно представляет собой величину отклонения, которую может иметь портфель по сравнению с любым стандартизированным бенчмарком. Это ограничение часто накладывается управляющими портфелями для сравнения эффективности портфелей.

Ограничение волатильности представляет собой ожидаемую волатильность портфеля. Данное ограничение обеспечивает нахождение волатильности портфеля в определенных границах. Оно позволяет фиксировать рискованность портфеля

Ограничение на расстояние. Данное ограничение определяет количество денег, необходимое для перехода от одного портфеля к другому. Чаще всего для расчёта расстояния между портфелями используется сумма абсолютных разниц в весах.

Принудительное ограничение торговли принуждает совершать сделки с определенными выбранными активами с заданным размером. Данное ограничение отличается от порогового ограничения, которое ограничивает только размер сделки.

Ограничение на закрытие позиции. Позиция считается закрытой, если актив находится в существующем портфеле, но не в пересмотренном портфеле. Это ограничение контролирует количество закрываемых позиций, учитывая, как длинные, так и короткие позиции.

Секторальное ограничение контролирует объем вложенных средств в определённый экономический сектор. В целом, все ограничения, которые могут быть наложены на отдельные активы, могут быть наложены и на сектора.

4 Решение задач оптимизации инвестиционного портфеля

4.1 Используемые инструменты для решения

Для реализации решения задач оптимизации и анализа полученных решений мы использовали язык программирования Python. Выбор языка программирования обусловлен следующими особенностями:

- 1) быстротой освоения языка;
- 2) язык программирования Python отличается простотой и удобством, так как относится к скриптовым языкам программирования;
- 3) существует множество библиотечных решений в свободном доступе, значительно обогащающих функциональные возможности языка;
- 4) язык является менее трудоемким для написания кода, по сравнению с другими языками программирования (Java, C, C++).

Язык программирования Python широко используется в научных исследованиях, его также используют в своих разработках крупнейшие мировые компании.

Разработка приложения для решения задач оптимизации будет осуществляться в интегрированной среде разработки для языка программирования Python PyCharm. Данная среда разработки создана чешской компанией JetBrains на основе IntelliJ IDEA. Данная среда разработки предоставляет средства для анализа кода, графический отладчик, инструмент для запуска юнит-тестов и поддерживает вебразработку. PyCharm имеет двойное лицензирование и распространяется как проприетарное программное обеспечение (для коммерческого и промышленного использования), существует также лицензия Apache, по которой программа распространяется свободно в усеченной функциональности (для независимых, некоммерческих, исследовательских или учебных проектов).

Для создания графического интерфейса приложения была использована библиотека PyQt и, включённый в неё Qt Designer (Qt Creator). PyQt – это

библиотека Python для создания приложений с графическим интерфейсом с помощью инструментария Qt. Созданная в Riverbank Computing, PyQt является свободным ПО (по лицензии GPL). Qt Designer – является кроссплатформенным компоновщиком макетов и форм графического интерфейса пользователя. Он позволяет быстро спроектировать виджеты и диалоги, используя экранные формы с использованием тех же виджетов, которые будут использоваться в приложении.

Табличное и графическое представления результатов решения и анализа сделаны посредством свободно распространяемой библиотеки Matplotlib. Matplotlib – библиотека на языке программирования Python для визуализации данных двумерной и трёхмерной графикой. Matplotlib написана и поддерживалась в основном Джоном Хантером и распространяется на условиях BSD-подобной лицензии. Генерируемые в различных форматах изображения могут быть использованы в интерактивной графике, в научных публикациях, графическом интерфейсе пользователя, веб-приложениях, где требуется построение диаграмм.

Для получения котировок активов был использован `pandas_datareader` – это дополнительный пакет свободно распространяемой библиотеки Pandas, который позволяет получать данные из различных интернет-источников данных, таких как: Yahoo! Finance, Alpha Vantage, Google Finance. В работе мы будем использовать интернет-источник Yahoo! Finance. Pandas — программная библиотека на языке Python для обработки и анализа данных. Работа pandas с данными строится поверх библиотеки NumPy, являющейся инструментом более низкого уровня. Предоставляет специальные структуры данных и операции для манипулирования числовыми таблицами и временными рядами.

В работе также используется модуль `datetime`, который предоставляет классы для работы с датами и временем. Данный модуль необходим, чтобы сформировать временные рамки, для которых мы получаем котировки интересующих нас активов.

Для оптимизации портфелей ценных бумаг мы использовали один из методов нелинейной оптимизации, а именно метод последовательного квадратичного программирования (SQP). Этот метод является одним из наиболее распространённых и эффективных оптимизационных алгоритмов общего назначения. Основной идеей алгоритма является последовательное решение задач квадратичного программирования, аппроксимирующих данную задачу оптимизации. Для оптимизационных задач без ограничений алгоритм SQP преобразуется в метод Ньютона поиска точки, в которой градиент целевой функции обращается в ноль. Для решения исходной задачи с ограничениями-равенствами метод SQP преобразуется в специальную реализацию ньютоновских методов решения системы Лагранжа. Чтобы использовать этот метод оптимизации нашей работе, мы воспользовались пакетом `optimize` из библиотеки `SciPy` для языка программирования `Python` с открытым исходным кодом, предназначенной для выполнения научных и инженерных расчётов. Пакет `optimize` предоставляет функции для минимизации (или максимизации) целевых функций, возможно, с учетом ограничений. Он включает решатели для нелинейных задач (с поддержкой алгоритмов локальной и глобальной оптимизации), линейного программирования, ограниченных и нелинейных наименьших квадратов, поиска корней и подгонки кривых.

1.2 Описание разработанного приложения

На Рисунок 1 представлена блок-схема разработанного нами приложения. На данной схеме отображены основные процессы, протекающие в нашем приложении. К этим процессам относятся: загрузка исходных данных, сохранение исходных данных для их дальнейшего использования, оптимизация портфелей, а также вспомогательные, в данном случае результирующие процессы – процессы вывода и экспорта результатов моделирования в виде таблиц и графиков.

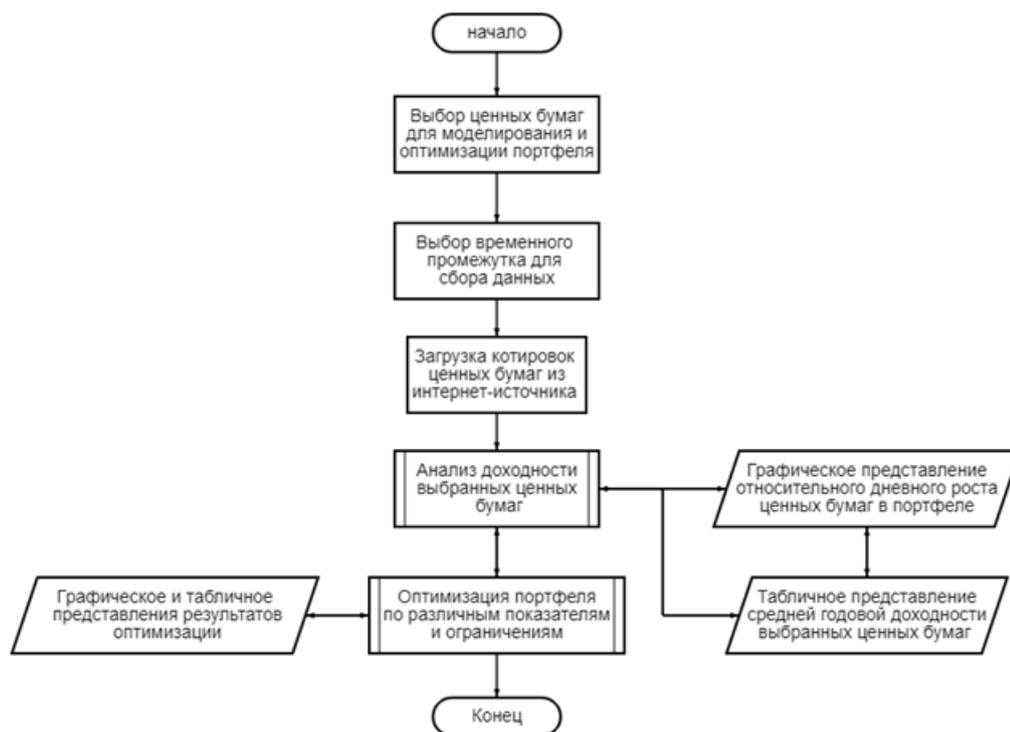


Рисунок 1 – Блок-схема разработанного десктопного приложения

Блок схема, представленная на Рисунок 1, отражает последовательность выполнения программных операций в приложении.

На Рисунок 2 – Главное окно разработанного приложения представлено главное окно разработанного нами десктопного приложения.

Выбор ценных бумаг для моделирования и оптимизации портфеля осуществляется путём добавления или удаления тикеров (краткое название в биржевой информации котируемых инструментов) компаний с помощью соответствующих окон ввода и кнопок добавления и удаления. Добавленные тикеры отображаются в поле списка добавленных тикеров.

Выбор временного промежутка осуществляется путём заполнения полей «Начало» и «Конец».

Загрузка котировок ценных бумаг осуществляется путём нажатия на кнопку «Получить данные». Нажатие этой кнопки активирует функцию, которая извлекает котировки, интересующих нас акций, из Интернет-ресурса Yahoo! Finance. После загрузки данные сохраняются в файле «price.pkl». Если

данные для анализа успешно загружены и сохранены, активируется кнопка «Провести анализ». После нажатия на кнопку «Провести анализ» открывается окно анализа данных, которое изображено на Рисунок 3.

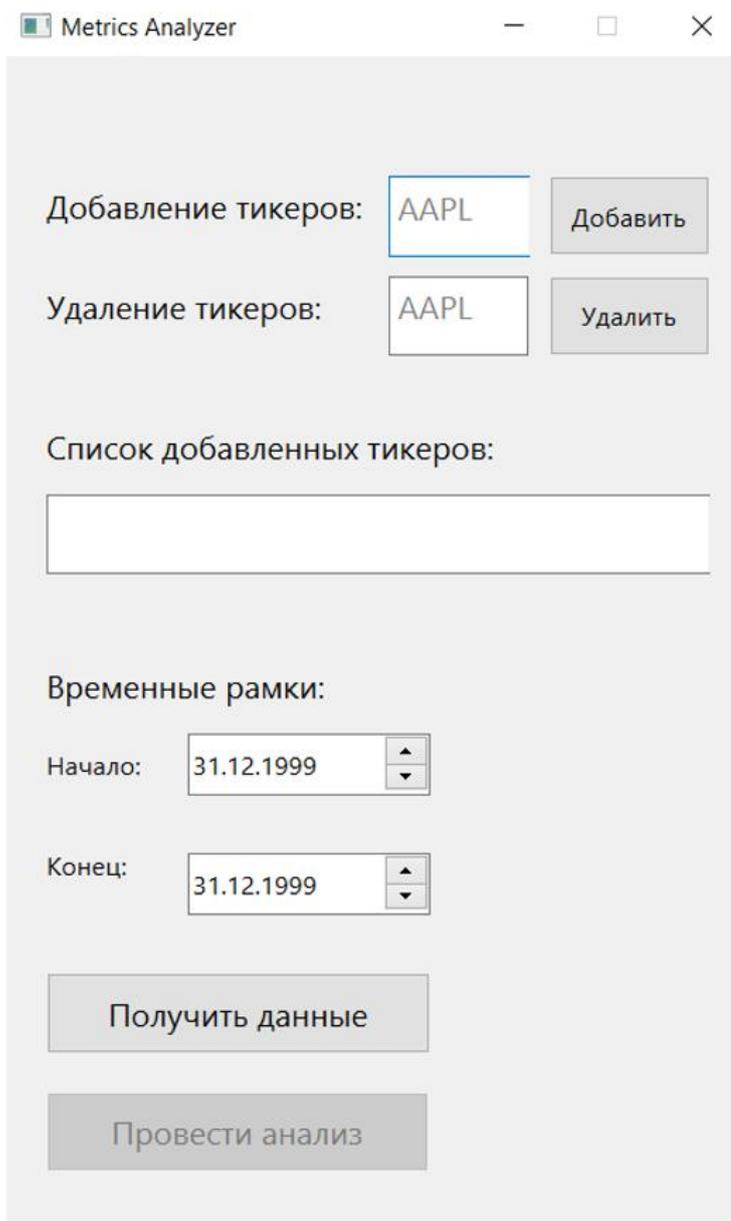


Рисунок 2 – Главное окно разработанного приложения

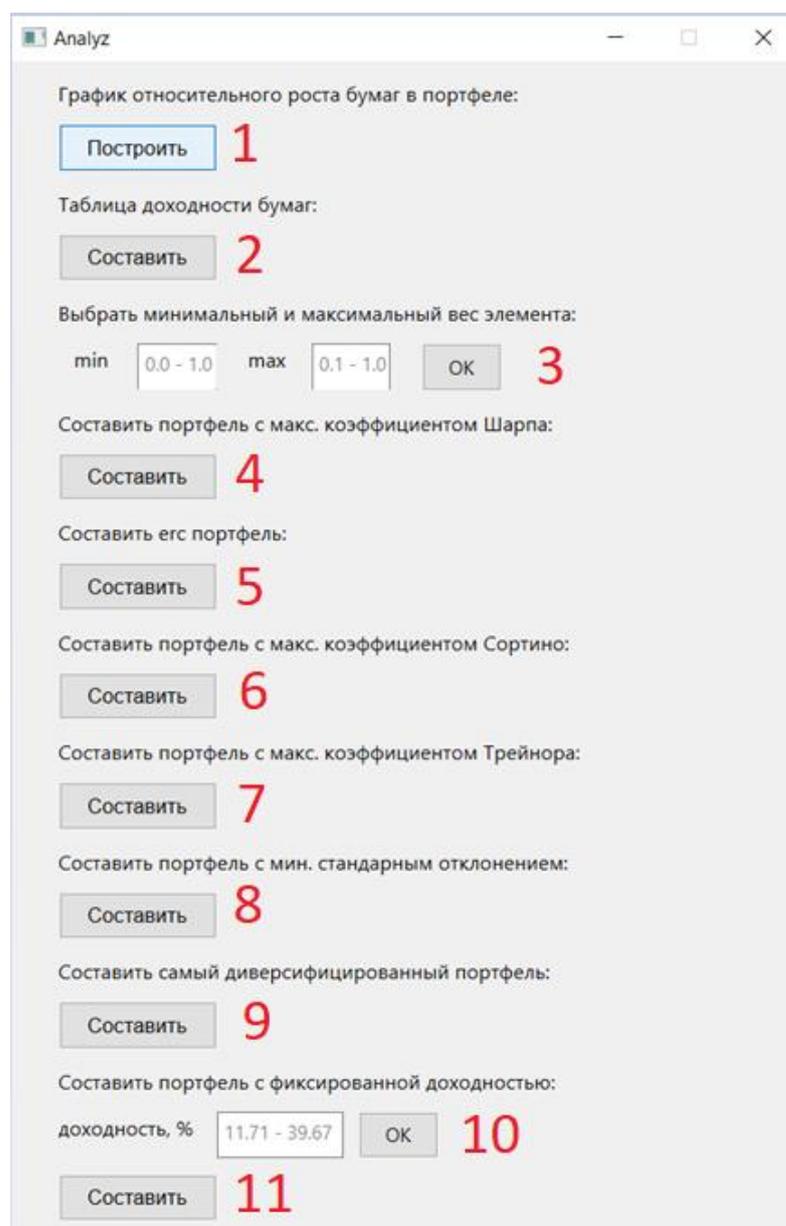


Рисунок 3 – Окно анализа разработанного приложения

Графическое представление относительной дневной доходности ценных бумаг осуществляется с помощью нажатия на кнопку «Построить», обозначенную под номером 1 на Рисунок 3. Кнопка «Построить» активирует функцию, которая реализует отображение окна, содержащего в себе график относительной дневной доходности по каждому активу из составленного портфеля.

Табличное представление средней годовой доходности выбранных ценных бумаг осуществляется путём нажатия на кнопку «Составить», обозначенную под номером 2 на Рисунок 3. Кнопка «Составить» активирует

функцию, которая реализует отображение окна, содержащего в себе таблицу средней годовой доходности ценных бумаг.

С помощью кнопки под номером 3 на Рисунок 3 и поля «доходность, %» можно задать фиксированную доходность для портфеля с фиксированной доходностью. (по умолчанию фиксированная доходность равна целой части среднего по всем доходностям выбранных бумаг).

С помощью кнопки под номером 10 на Рисунок 3 и полей «min» и «max» можно задать максимальные и минимальные веса активов в портфеле (по умолчанию максимальный вес равен 1, а минимальный – 0).

Оптимизация портфеля по различным целевым функциям и ограничениям осуществляется путём вызова нажатия на кнопки под номерами 4-9, 11 на Рисунок 3. Кнопки активируют функции, которые выполняют оптимизацию, используя метод последовательного квадратичного программирования, и отображают круговые диаграммы составленных оптимальных портфелей и таблицы с показателями и коэффициентами, вычисленными для этих портфелей.

После рассмотрения работы разработанного нами десктопного приложения необходимо представить результаты его работы на реальных данных.

4.3 Аналитическое исследование портфеля ценных бумаг

На основе разработанной программы для оптимизации портфелей ценных бумаг возможно провести следующие исследования:

- 1) Строить множество портфелей из выбранной совокупности ценных бумаг для их ранжирования, определения наиболее предпочтительный исходя из выбранной стратегии инвестирования;
- 2) Проводить многократное моделирование на основе изменения критериев. Тем самым можно посмотреть на изменение в поведении

интересующих портфелей в зависимости от изменения желаемых показателей результативности;

3) Находить оптимальные решения по структурному составу портфелей исходя из анализа исторических котировок и выбранных показателей результативности.

Для исследования работы разработанной программы в части анализа были выбраны следующие критерии:

- 1) временные рамки: 14, 04, 2018 – 14, 04, 2022;
- 2) количество элементов в портфеле до 10 шт;
- 3) критерии оптимизации: коэффициент Шарпа, коэффициент Сортино, коэффициент, коэффициент Трейнора и волатильность.

Также в рамках исследования будем искать портфель с равновзвешенным вкладом в риск. В ходе работы будем изменять некоторые критерии. Например, будем изменять минимальные и максимальные веса активов в портфеле (по умолчанию минимальный вес – 0, максимальный вес – 1).

Для моделирования портфелей выберем акции из различных секторов экономики США: здравоохранения, высоких технологий, розничной торговли, финансов и промышленного производства.

Из сектора здравоохранения выберем акции компаний Pfizer (американская транснациональная компания, одна из крупнейших фармацевтических компаний мира) и Johnson & Johnson (американская холдинговая компания, возглавляющая группу из более чем 250 дочерних компаний по всему миру, производящих лекарственные препараты, санитарно-гигиенические товары и медицинское оборудование). Из высокотехнологического сектора мы выберем Google (американская транснациональная корпорация в составе холдинга Alphabet, инвестирующая в интернет-поиск, облачные вычисления и рекламные технологии) и Apple (американская корпорация, производитель персональных и планшетных компьютеров, аудиоплееров, смартфонов, программного обеспечения). Target

(американская компания, управляющая сетью магазинов розничной торговли, работающих под марками Target и SuperTarget) и Costco (крупнейшая в мире сеть складов(магазинов) самообслуживания клубного типа) из сектора розничной торговли. JPMorgan Chase & Co (американский транснациональный финансовый конгломерат, один из крупнейших банков мира, с центром управления в Нью-Йорке) и Bank of America (американский финансовый конгломерат, оказывающий широкий спектр финансовых услуг частным и юридическим лицам) из финансового сектора. Caterpillar Inc. (американская компания, один из крупнейших мировых производителей строительной и горнодобывающей техники) и Eaton Corporation (американская машиностроительная корпорация, производитель электротехнического и гидравлического оборудования, автокомплектующих компонентов для авиационной промышленности) из сектора промышленного производства.

Для начала добавим тикеры, интересующих нас компаний. На Рисунок 4 можно увидеть список добавленных нами тикеров компаний.

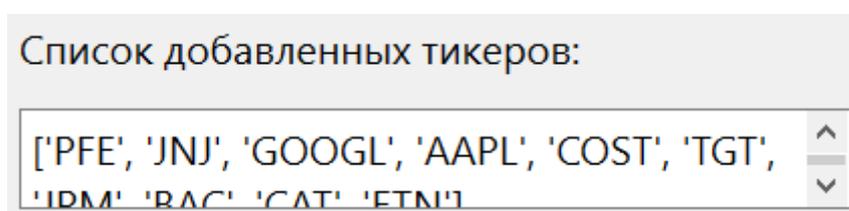


Рисунок 4 – Список добавленных тикеров

Добавим интересующий нас временной период, путём заполнения соответствующих полей. Заданные временные рамки представлены на Рисунок 5.

Временные рамки:

Начало: 14.04.2018

Конец: 14.04.2022

Рисунок 5 – Заданные временные рамки

Загрузим интересующие нас данные. И начнем анализ.

Построим график относительного роста бумаг в портфеле. График представлен на Рисунок 6. По графику видно, что за выбранный период акции компании Apple выросли больше всего, а JPMorgan Chase & Co – меньше всего.

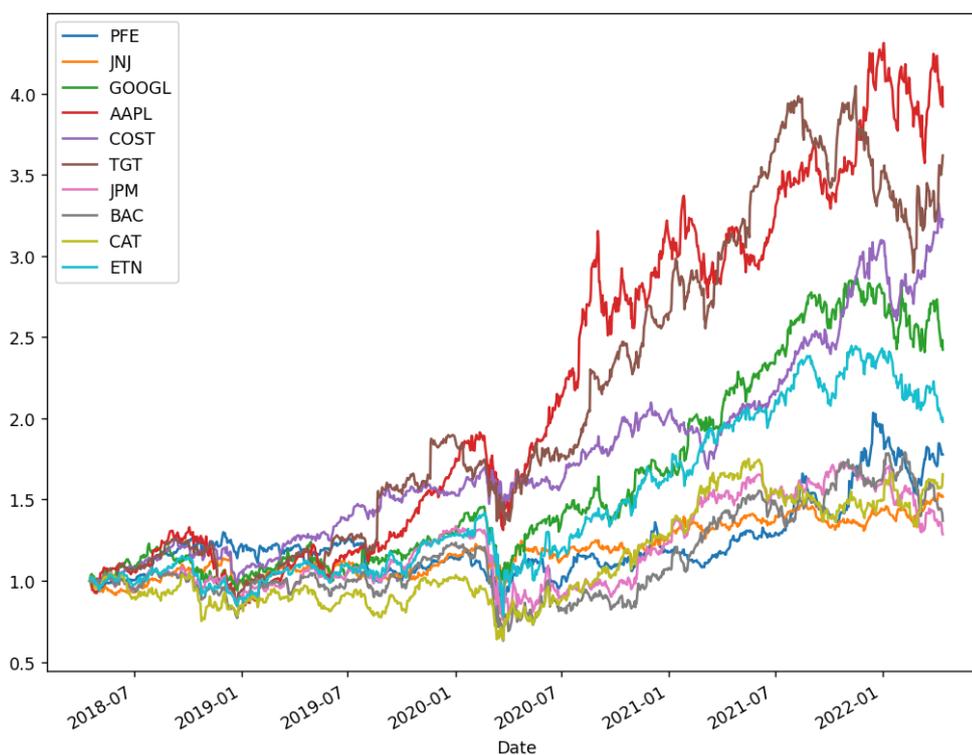


Рисунок 6– Относительная эффективность каждого актива

	PFE	JNJ	GOOGL	AAPL	COST	TGT	JPM	BAC	CAT	ETN
%	17.88	12.69	26.53	39.67	31.75	37.08	11.71	14.52	18.13	22.25

Рисунок 7 – Таблица значений среднегодовой доходности каждого актива

Построим таблицу среднегодовой доходности каждого актива. Таблица представлена на Рисунок 7. Как видно из таблицы, между выбранными нами активами существуют значительные различия в показателях среднегодовой доходности. Apple доминировала в этот период с годовым ростом в размере 39,67%. А JPMorgan Chase & Co с другой стороны, имеет наименьший показатель годовой прибыли в размере 11,71%.

Построим портфель с наибольшим коэффициентом Шарпа.

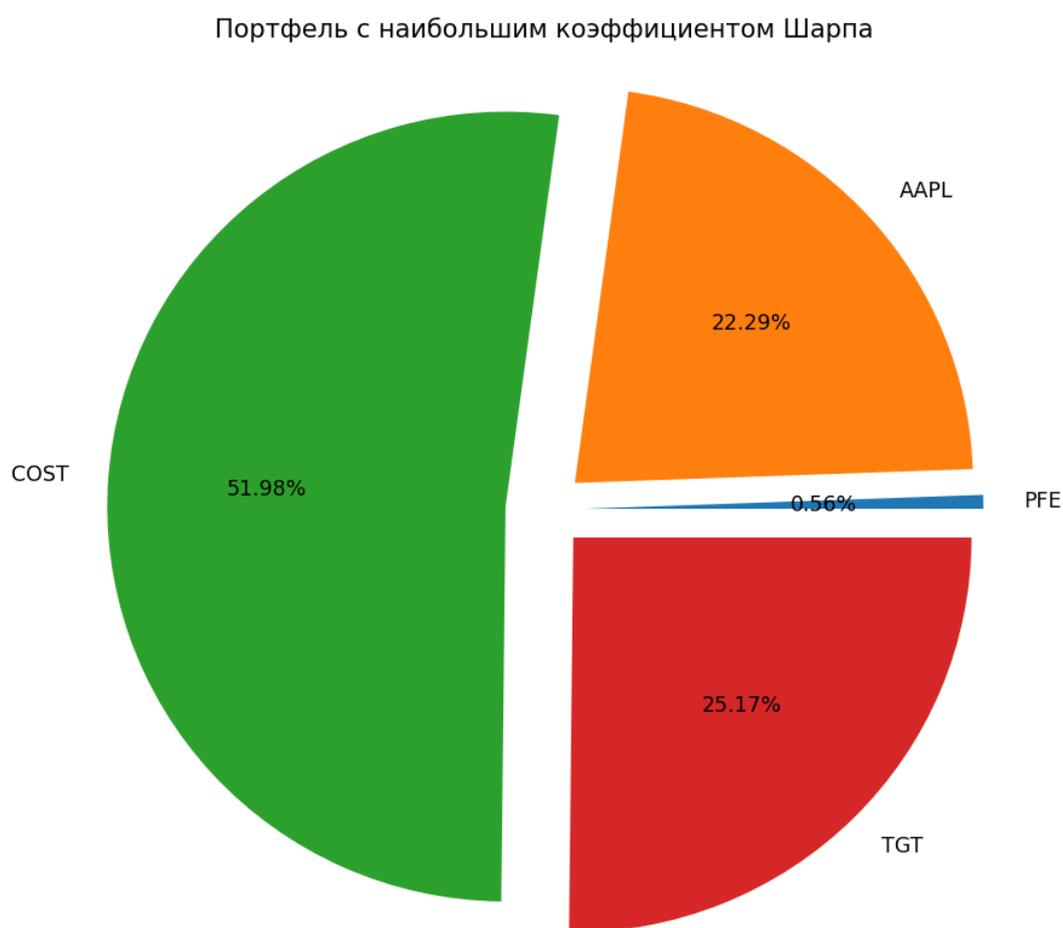


Рисунок 8 – Портфель с наибольшим коэффициентом Шарпа

На Рисунок 8 изображена круговая диаграмма, отображающая состав портфеля с наибольшим коэффициентом Шарпа. На диаграмме видно, что в портфель входят 4 актива: акции компаний Apple, Costco, Target и Pfizer. Большую часть, а именно 51,98% портфеля составляют акции компании

Costco. Это связано с тем, что мы указали границы для весов активов [0;1]. Ниже представлена таблица с показателями и коэффициентами, вычисленными для найденного оптимального по коэффициенту Шарпа портфелю.

Доходность, %	Волатильность, %	К. Шарпа	К. Сортино	К. Бета	К. Трейнора
34.78	21.83	1.46	1.31	0.8	0.4

Рисунок 9 – Таблица значений показателей портфеля с наибольшим коэффициентом Шарпа

Из Рисунок 9 видно, что доходность портфеля составила целых 34,78%. И исходя из значения коэффициента Шарпа равного 1.46. Это значение больше единицы, а значит мы можем сказать, что риск принятый при составлении данного портфеля окупается. Коэффициент Сортино этого портфеля тоже больше единицы и равен 1.31 и это нам говорит о том, что портфель имеет избыточную доходность по сравнению с его отрицательной волатильностью. Бета портфеля ниже нуля говорит нам о том, что составленный портфель менее волатилен, чем американский рынок ценных бумаг. Положительное значение коэффициента Трейнора также говорит, о приемлемой эффективности составленного инвестиционного портфеля.

Нас смущает тот факт, что в портфеле один из активов занимает довольно большую часть от всего портфеля. Это делает конечный результат инвестирования сильно зависимым от данного актива. Поэтому мы изменим границы весов для портфеля с максимальным коэффициентом Шарпа. Сделаем максимальный вес актива в портфеле равным 35% и вычислим новые веса для портфеля с максимальным коэффициентом Шарпа.

На Рисунок 11 изображена круговая диаграмма, отображающая состав портфеля с наибольшим коэффициентом Шарпа и изменёнными границами весов. Из диаграммы видно, что активы, входящие в состав портфеля, не изменились, изменилась только их доля.

Из таблицы, изображённой на Рисунок 10, видно, что значения коэффициента Шарпа равного уменьшилось на 0.02, но это не критично, так как оно всё равно больше единицы, а значит, что риск окупается.

Доходность, %	Волатильность, %	К. Шарпа	К. Сортино	К. Бета	К. Трейнора
34.94	22.19	1.44	1.25	0.83	0.38

Рисунок 10 – Таблица значений показателей портфеля с наибольшим коэффициентом Шарпа и изменёнными границами весов



Рисунок 11 – Портфель с наибольшим коэффициентом Шарпа и изменёнными границами весов

После диаграмм и таблиц для портфеля с наибольшим коэффициентом Шарпа построим диаграмму и таблицу для портфеля с равновзешенным вкладом в риск.

На Рисунок 12 изображена круговая диаграмма, отображающая состав портфеля с равновзвешенным вкладом в риск. Из диаграммы видно, что в состав портфеля входят все предложенные нами активы.

В принципе, она позволяет создать высокодиверсифицированный портфель, который наименее чувствителен к ковариационной матрице доходности активов, а процентный вклад в риски всех активов одинаков.



Рисунок 12 – Портфель с равновзвешенным вкладом в риск

Из таблицы, изображенной на Рисунок 13 видно, что значения коэффициентов Шарпа и Сортино меньше единицы и это говорит нам о том, что риск, принятый нами, как инвестором, не окупается.

Доходность, %	Волатильность, %	К. Шарпа	К. Сортино	К. Бета	К. Трейнора
23.11	20.62	0.98	0.74	0.91	0.22

Рисунок 13 – Таблица значения показателей портфеля с равновзвешенным вкладом в риск

Далее получим информацию о портфеле с наибольшим коэффициентом Сортино в виде диаграммы, изображённой на Рисунок 14 и значений коэффициентов, отображённых в таблице на Рисунок 15.

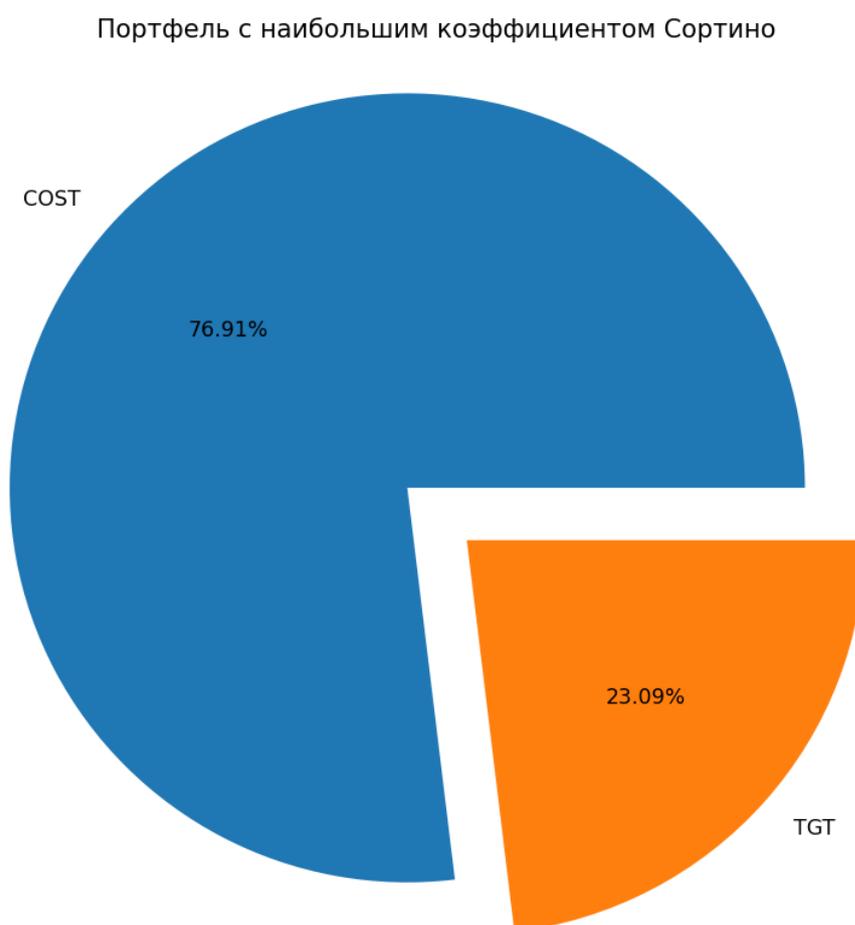


Рисунок 14 – Портфель с наибольшим коэффициентом Сортино

Доходность, %	Волатильность, %	К. Шарпа	К. Сортино	К. Бета	К. Трейнора
32.98	21.55	1.39	1.39	0.67	0.45

Рисунок 15 – Таблица значений показателей портфеля с наибольшим коэффициентом Сортино

На диаграмме мы видим, что составленный портфель содержит всего 2 актива и это акции компаний Target и Costco, которые входят в сектор розничной торговли. Значения коэффициентов из таблицы 4, говорят о том, что найденный портфель эффективен. Но исходя из состава, сформированного портфеля, мы поступим также, как и с портфелем с максимальным коэффициентом Шарпа, то есть изменим границы весов для активов. В этот раз мы поступим также, как и с первым портфелем: сделаем максимальную долю актива в портфеле равной 35%.

Из Рисунок 16 мы видим, что в новом портфеле присутствует уже 4 актива: те же, что и в предыдущем портфеле, в равных долях, а также Apple и Pfizer. То есть по входящим в состав портфеля активам, портфель аналогичен портфелю с максимальным коэффициентом Шарпа.

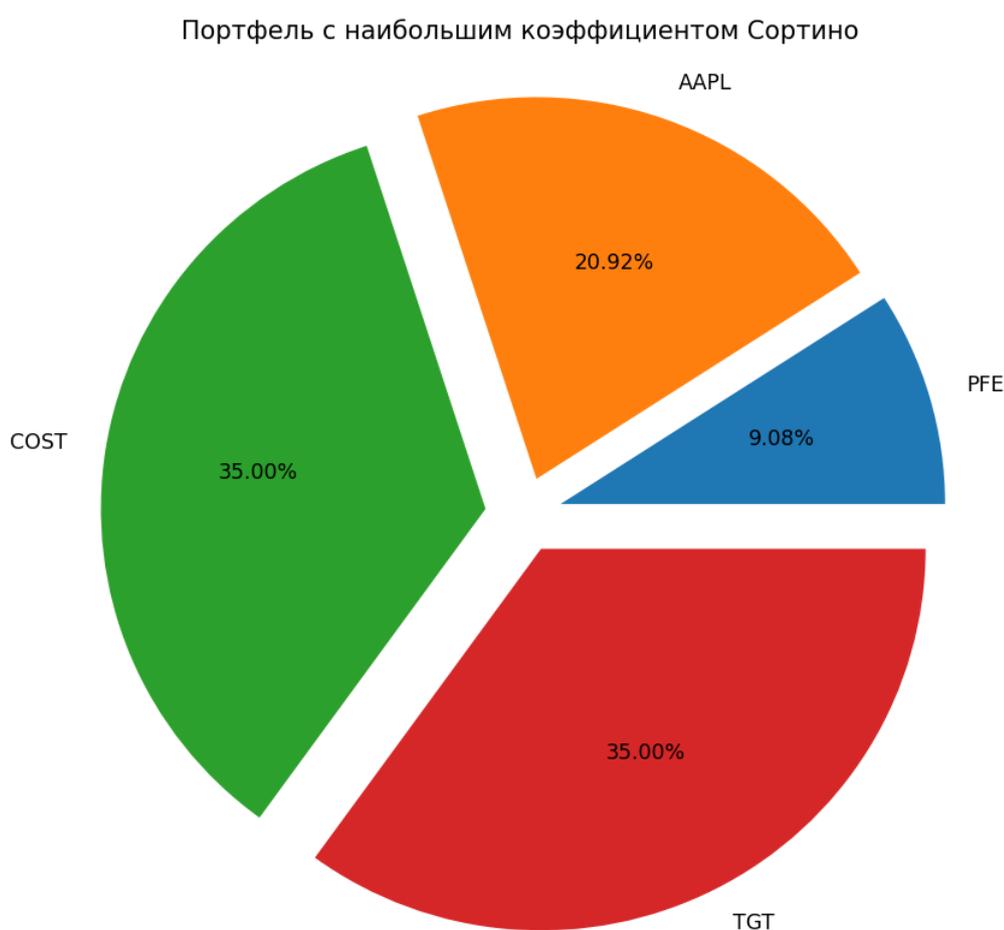


Рисунок 16 – Портфель с наибольшим коэффициентом Сортино и изменёнными границами весов

Значения коэффициентов из таблицы на Рисунок 17, говорят о том, что найденный портфель эффективен, а разница в коэффициентах Сортино равна 0,12.

Доходность, %	Волатильность, %	К. Шарпа	К. Сортино	К. Бета	К. Трейнора
34.01	21.66	1.43	1.27	0.79	0.39

Рисунок 17 – Таблица значений показателей портфеля с наибольшим коэффициентом Сортино и изменёнными границами весов

Дальше построим портфель с наибольшим коэффициентом Трейнора.

На Рисунок 18 изображена круговая диаграмма весов активов в портфеле с наибольшим коэффициентом Трейнора. Мы видим, что портфель состоит только из акций компании Target. Из показателей в таблице, изображенной на Рисунок 19, мы понимаем, что портфель является эффективным, но значения коэффициентов Шарпа и Сортино близки к 1, что говорит о довольно высоком риске.

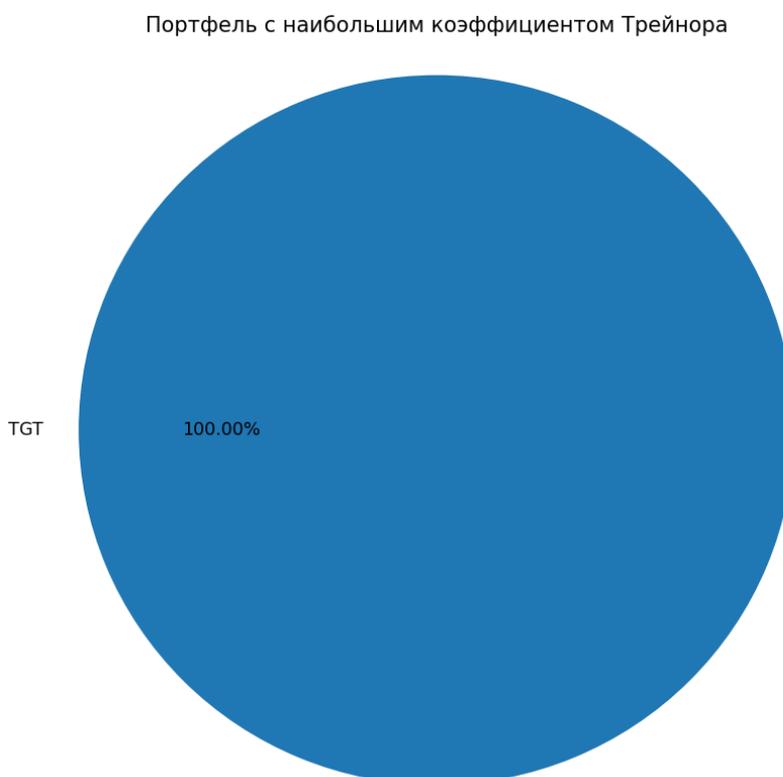


Рисунок 18 – Портфель с максимальным коэффициентом Трейнора

Доходность, %	Волатильность, %	К. Шарпа	К. Сортино	К. Бета	К. Трейнора
37.08	31.58	1.08	1.09	0.73	0.47

Рисунок 19 – Таблица значений показателей портфеля с наибольшим коэффициентом Трейнора

Стратегия инвестирования в один, даже самый эффективный элемент рынка является неэффективной, так как происходит полная зависимость конечного результата инвестирования от данного элемента. Поэтому мы в очередной раз изменим границы весов актива и найдем новый оптимальный по Трейнеру портфель. Сделаем максимальное значение веса актива в портфеле равным 30% и вычислим найдем новый оптимальный по Трейнеру портфель.

Ниже на Рисунок 20 изображена диаграмма, отображающая состав портфеля с наибольшим коэффициентом Трейнора и изменёнными весовыми границами. Новый портфель состоит уже из трех активов. К уже имеющимся добавились акции компании Pfizer.

Из показателей в таблице, изображённой на Рисунок 21, мы понимаем, что портфель является более эффективным, если смотреть на коэффициенты Шарпа и Сортино, которые значительно увеличились – это говорит о том, что риск снизился. Коэффициент Трейнора уменьшился на 0.07, что довольно существенно.

Портфель с наибольшим коэффициентом Трейнора

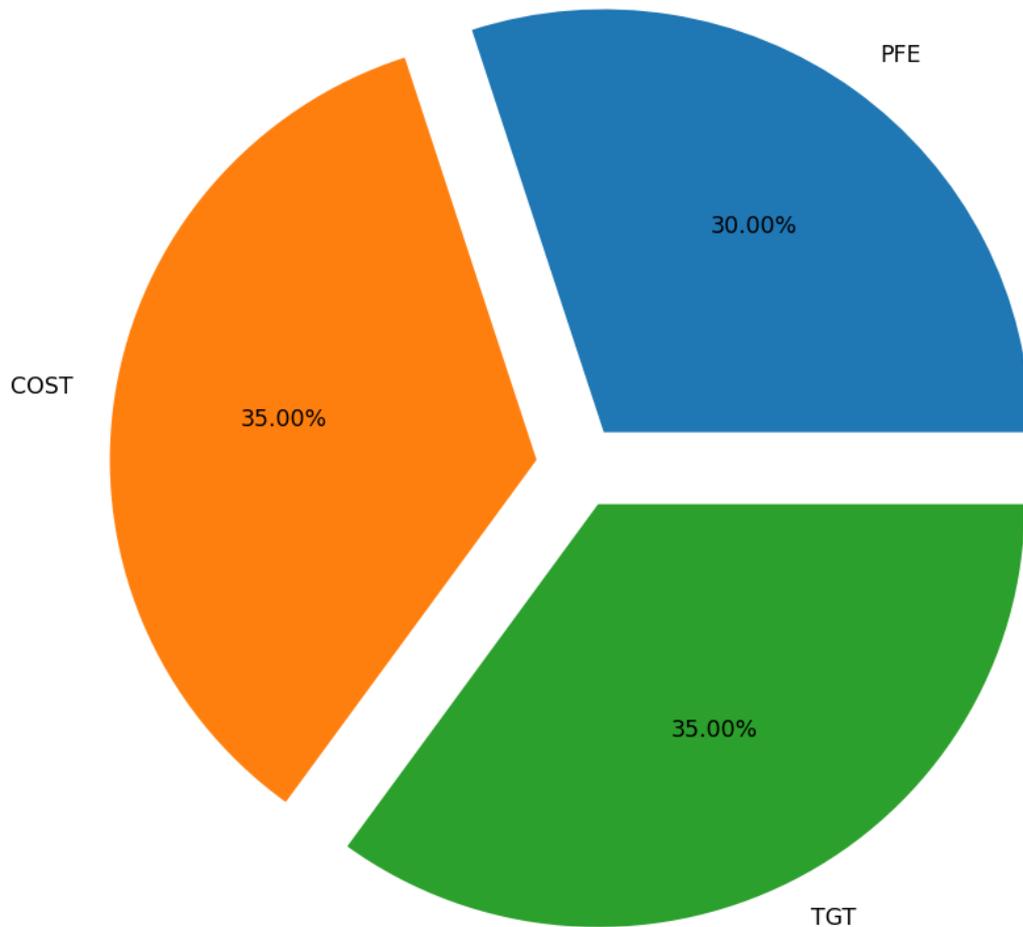


Рисунок 20 – Портфель с наибольшим коэффициентом Трейнора и изменёнными границами весов

Доходность, %	Волатильность, %	К. Шарпа	К. Сортино	К. Бета	К. Трейнора
29.45	20.3	1.3	1.22	0.67	0.4

Рисунок 21 – Таблица значений показателей портфеля с наибольшим коэффициентом Трейнора и изменёнными границами весов

Далее построим портфель с минимальной волатильностью.

Информация о нём отображена на Рисунок 23 и в таблице, изображённой на Рисунок 22.

Доходность, %	Волатильность, %	К. Шарпа	К. Сортино	К. Бета	К. Трейнора
22.32	17.92	1.08	0.92	0.68	0.28

Рисунок 22 – Таблица значений показателей портфеля с минимальной волатильностью

Из диаграммы мы понимаем, что составленный портфель является хорошо диверсифицированным и содержит в себе активы 7 компаний: Pfizer, Johnson & Johnson, Google, Costco, JPMorgan Chase & Co и Caterpillar Inc. Значения в таблице 9 говорят нам о том, что портфель эффективен по коэффициенту Шарпа, но не эффективен по коэффициенту Сортино.

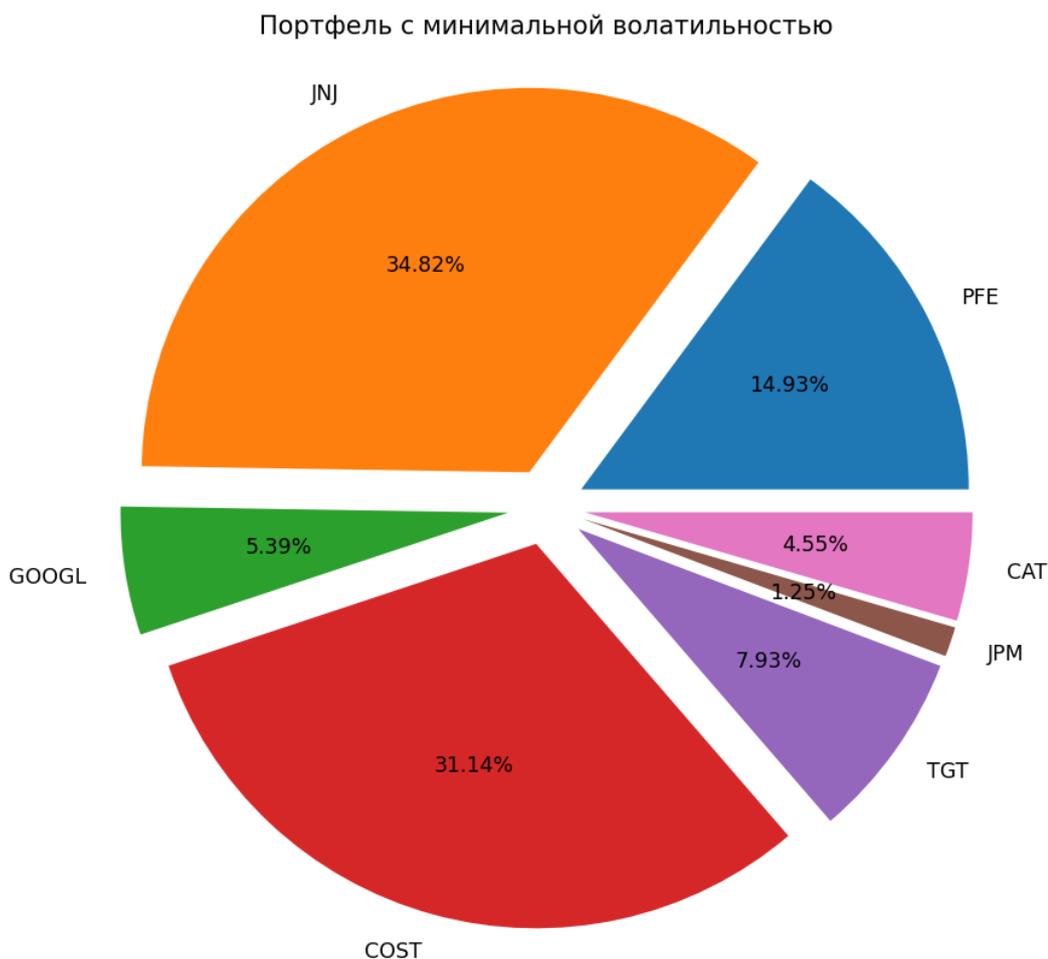


Рисунок 23 – Портфель с минимальной волатильностью

Следующим портфелем, который мы построим будет самый диверсифицированный портфель. Целевой функцией для нахождения оптимального портфеля выступает функция, описанная на странице 16 нашей работы. Состав портфеля отображён на Рисунок 24, а показатели портфеля – в таблице, изображённой на Рисунок 25.

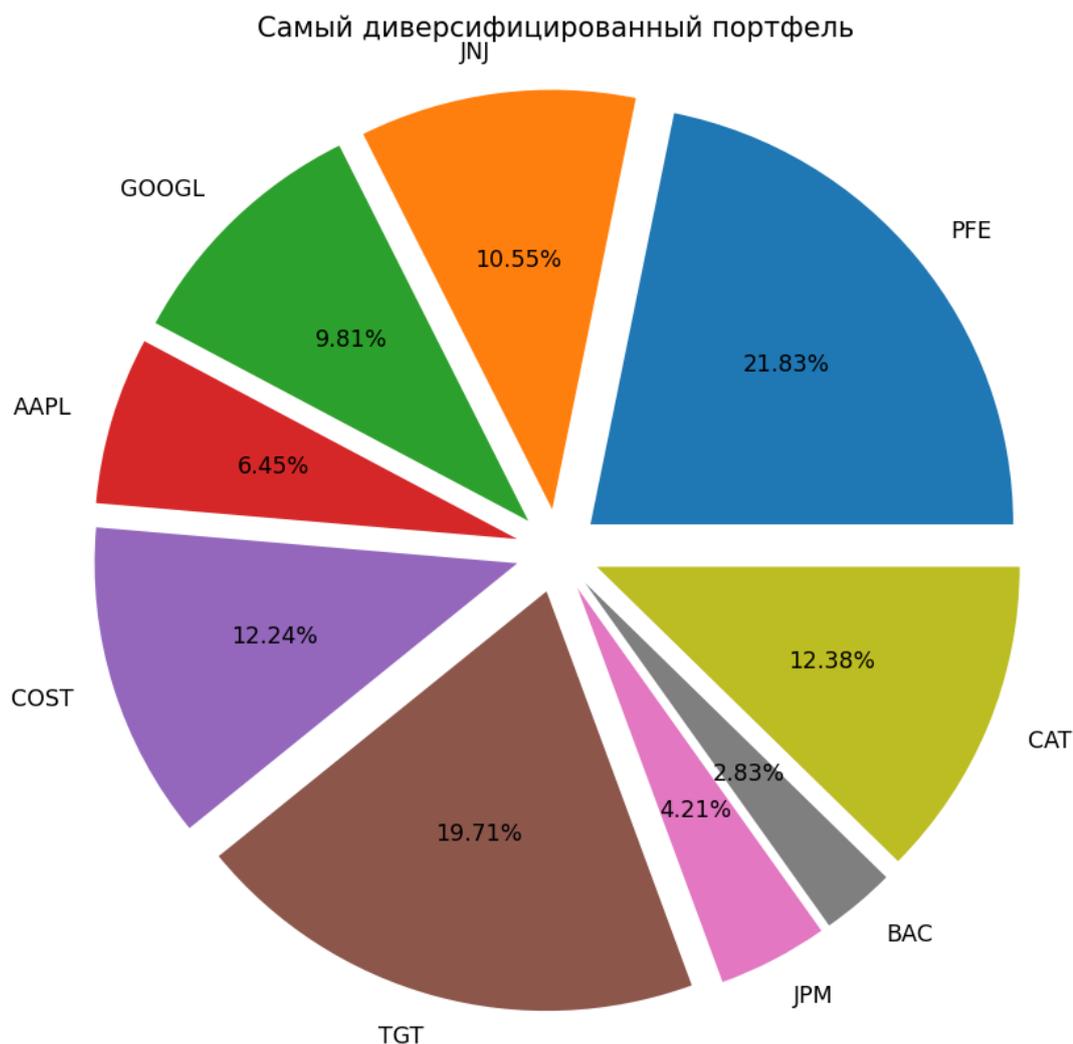


Рисунок 24 – Самый диверсифицированный портфель

Доходность, %	Волатильность, %	К. Шарпа	К. Сортино	К. Бета	К. Трейнора
24.75	19.52	1.11	0.9	0.81	0.27

Рисунок 25 – Таблица значений показателей самого диверсифицированного портфеля

Из диаграммы мы понимаем, что составленный портфель является хорошо диверсифицированным и содержит в себе активы всех выбранных нами компаний кроме Eaton Corporation. Значения в таблице говорят нам о том, что портфель эффективен по коэффициенту Шарпа, но не эффективен по коэффициенту Сортино.

Инвесторов обычно интересует минимальный риск (в нашем случае волатильность портфеля) при фиксированном ожидании доходности.

Функционал программы позволяет находить портфели с фиксированной доходностью и минимальным уровнем риска.

Максимальная доходность, которую мы можем получить это доходность в размере 39,67%, что является доходностью портфеля, состоящего только из одного актива – акций компании Apple. Минимальную доходность в размере 11,71% даёт портфель, состоящий из акций компании JPMorgan Chase & Co. Это значит, что фиксированную доходность необходимо выбирать из промежутка [11,71%;39,67%].

Делаем ожидаемую доходность равной 30%, выставляем максимальную границу весов в портфеле равной 35% и запускаем программу.

Программа выдаёт нам информацию о портфеле в виде диаграммы, изображённой на Рисунок 26 и таблицы, изображённой на Рисунок 27.

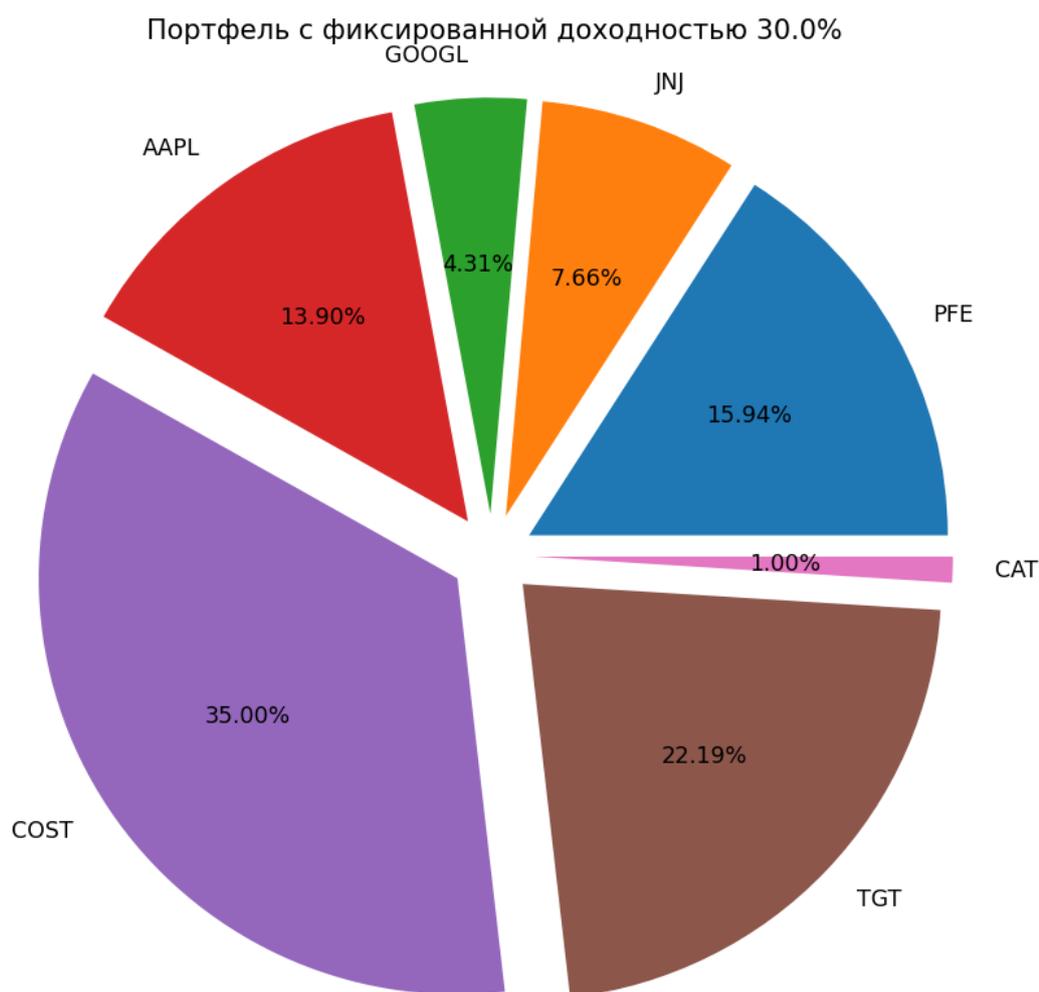


Рисунок 26 – Портфель с фиксированной доходностью

Доходность, %	Волатильность, %	К. Шарпа	К. Сортино	К. Бета	К. Трейнора
30.0	19.61	1.38	1.19	0.76	0.36

Рисунок 27 – Таблица значений показателей портфеля с фиксированной доходностью

Мы видим, что программа составила для нас портфель, состоящий из акций семи компаний. Портфель эффективен по Шарпу и Сортино, удовлетворяет нашим требованиям по доходности и максимальному весу активов.

Результаты исследования показали, что разработанная программа обладает достаточно большой базовой функциональностью для обеспечения инвестора аналитической информацией и соответствует цели проведенной работы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результатом представленной работы является разработанное десктопное приложение, которое позволяет формировать различные инвестиционные портфели из выбранного списка активов, путём решения различных оптимизационных задач (сформулированные во второй главе данной работы) с различными ограничениями (описанные в третьей главе данной работы). Программа позволяет анализировать найденные решения, рассчитывая различные показатели (описанные в третьей главе).

На основе разработанного приложения для оптимизации портфелей ценных бумаг было проведено исследование, описанное в четвёртой главе данной работы, в рамках которого были получены результаты в виде различных инвестиционных портфелей, оптимизированных по различным критериям.

Полученные результаты исследования показали, что разработанное приложение обладает достаточно большой базовой функциональностью для обеспечения инвестора аналитической информацией.

Дальнейшая работа должна быть направлена на оптимизацию работы разработанного приложения, реализацию функции моделирования различных инвестиционных портфелей из всей совокупности элементов выбранного рынка ценных бумаг. Также необходимо расширить список анализируемых показателей для обеспечения максимальной полноты анализа. Разработать в дальнейшем веб-сервис с удобным интерфейсом, для максимально удобной работы. Помимо этого, необходимо дополнить разработанную систему, добавив в нее функциональность по прогнозированию поведения ценных бумаг.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Markowitz H. Portfolio selection // The Journal of Finance. – 1952 – 7(1). – pp. 77–91.
2. Lee W. Risk-based asset allocation: A new answer to an old question? / Lee W. – III: The Journal of Portfolio Management. – 2011 – № 37(4). – pp. 11-28.
3. Maillard S. On the properties of equally-weighted risk contributions portfolios / Maillard S., Roncalli T. and Teiletche J. – SSRN. – 2008 –№ 36(4) – pp. 1-23.
4. Lindberg C. Portfolio optimization when expected stock returns are determined by exposure to risk / C.Lindberg – Technology. – 2009 – 15(2) – pp. 464-474.
5. Kenton W. Down-Market Capture Ratio Defined. June 30, 2021 // (Engl.). – URL: <https://www.investopedia.com/terms/d/down-market-capture-ratio.asp> [9 April 2022].
6. Hayes A. Up-Market Capture Ratio. July 16, 2021 // (Engl.). – URL: <https://www.investopedia.com/terms/u/up-market-capture-ratio.asp> [9 April 2022].
7. Sharpe W.F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium // Journal of Finance. – 1964 – vol.19, no. 3. – P.425-442.
8. Kenton W. The Calmar Ratio. March 4, 2021 // (Engl.). – URL: <https://www.investopedia.com/terms/c/calmarratio.asp> [9 April 2022].
9. Bacon C. R. Practical Portfolio Performance Measurement and Attribution. 2nd ed. / Bacon C. R. – New York: Wiley – 2008. – 408 p.
10. Kenton W. Sortino Ratio. August 9, 2020 // (Engl.). – URL: <https://www.investopedia.com/terms/s/sortinoratio.asp> (9 April 2022).
11. Holton G. Alpha. June 29, 2013 // (Engl.). – URL: <http://riskencyclopedia.com/articles/alpha> [16 April 2022].
12. Kenton W. Treynor Index. November 25, 2020 // (Engl.). – URL: <https://www.investopedia.com/terms/t/treynor-index.asp> [9 April 2022].

13. Murphy C. B. Information Ratio (IR). October 1, 2020 // (Engl.). – URL: <https://www.investopedia.com/terms/i/informationratio.asp> [9 April 2022].
14. Nickolas S. The Formula for Calculating Beta. January 18, 2021 // (Engl.). – URL: <https://www.investopedia.com/ask/answers/070615/what-formula-calculating-beta.asp> [9 April 2022].
15. Hayes A. Tail Risk. April 20, 2021 // (Engl.). – URL: <https://www.investopedia.com/terms/t/tailrisk.asp> [9 April 2022].
16. Harper D. R. An Introduction to Value at Risk (VAR). March 23, 2022 // (Engl.). – URL: <https://www.investopedia.com/articles/04/092904.asp> [10 April 2022].
17. Chen J. Conditional Value at Risk (CVaR). March 13, 2020 // (Engl.). – URL: https://www.investopedia.com/terms/c/conditional_value_at_risk.asp [10 April 2022].

СПРАВКА

Кубанский Государственный университет

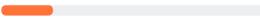
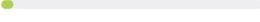
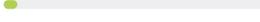
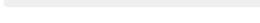
о результатах проверки текстового документа
на наличие заимствований

ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНА В СИСТЕМЕ АНТИПЛАГИАТ.ВУЗ

Автор работы: Иванов Артемий Павлович
Самоцитирование
рассчитано для: Иванов Артемий Павлович
Название работы: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ
Тип работы: Выпускная квалификационная работа
Подразделение: ФКТиПМ, кафедра прикладной математики

РЕЗУЛЬТАТЫ

■ ОТЧЕТ О ПРОВЕРКЕ КОРРЕКТИРОВАЛСЯ: НИЖЕ ПРЕДСТАВЛЕНЫ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ ДО КОРРЕКТИРОВКИ

ЗАИМСТВОВАНИЯ		19.58%	ЗАИМСТВОВАНИЯ		19.58%
ОРИГИНАЛЬНОСТЬ		75.02%	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ		75.02%
ЦИТИРОВАНИЯ		5.4%	ЦИТИРОВАНИЯ		5.4%
САМОЦИТИРОВАНИЯ		0%	САМОЦИТИРОВАНИЯ		0%

ДАТА ПОСЛЕДНЕЙ ПРОВЕРКИ: 14.06.2022

ДАТА И ВРЕМЯ КОРРЕКТИРОВКИ: 14.06.2022 20:10

Модули поиска: ИПС Адилет; Библиография; Сводная коллекция ЭБС; Интернет Плюс; Сводная коллекция РГБ; Цитирование; Переводные заимствования (RuEn); Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu); Переводные заимствования по Интернету (EnRu); Переводные заимствования издательства Wiley (RuEn); eLIBRARY.RU; СПС ГАРАНТ; Модуль поиска "КубГУ"; Медицина; Диссертации НББ; Перефразирования по eLIBRARY.RU; Перефразирования по Интернету; Перефразирования по коллекции издательства Wiley; Патенты СССР, РФ, СНГ; СМИ России и СНГ; Шаблонные фразы; Кольцо вузов; Издательство Wiley; Переводные заимствования

Работу проверил: Троценко Екатерина Сергеевна

ФИО проверяющего

Дата подписи:

Подпись проверяющего



Чтобы убедиться
в подлинности справки, используйте QR-код,
который содержит ссылку на отчет.

Ответ на вопрос, является ли обнаруженное заимствование
корректным, система оставляет на усмотрение проверяющего.
Предоставленная информация не подлежит использованию
в коммерческих целях.

ОТЗЫВ

на бакалаврскую дипломную работу студента
ФГБОУ ВО «КубГУ» Иванова А.П. на тему:
«Решение задач оптимизации инвестиционного портфеля»

В условиях активной государственной политики по развитию финансового сектора в стране, существует необходимость в разработке новых инструментов для анализа и оптимизации инвестиционных портфелей ценных бумаг, позволяющих получить объективную информацию о возможностях инвестирования. Разработка таких инструментов является одной из актуальных проблем, стоящих перед отраслью.

В связи с этим, тема дипломной работы была направлена на решение задач оптимизации инвестиционного портфеля, а актуальность определяется существующей необходимостью эффективного управления инвестиционными портфелями с целью повышения благосостояния отдельных граждан и предприятий в частности и экономики в целом.

Дипломная работа состоит из четырёх глав, введения, заключения и списка использованной литературы.

В главе 1 была рассмотрена постановка задачи оптимизации инвестиционного портфеля.

В главе 2 были описаны различные формулировки задач оптимизации инвестиционного портфеля.

Глава 3 посвящена описанию различных параметров для задачи оптимизации.

В главе 4 описывается процесс разработки десктопного приложения для оптимизации инвестиционного портфеля, перечислены, используемые для разработки инструменты, а также проводится аналитическое исследование произвольного инвестиционного портфеля с использованием разработанного приложения.

Таким образом, цель, поставленная в работе, достигнута, представлен необходимый иллюстративный материал, имеются ссылки на использованные источники. Результаты дипломной работы имеют практическую значимость.

Дипломная работа «Решение задач оптимизации инвестиционного портфеля» выполнена на высоком уровне и заслуживает оценки «отлично».

Научный руководитель дипломной
работы, доцент кафедры прикладной
математики КубГУ

К.В. Малыхин

