# Оглавление

1. **Понятие функции …………………………………….. 2**
2. **Линейная функция …………………………………… 2**
3. **Степенная функция ………………………………….. 5**
4. **Показательная функция ………………………….. 10**
5. **Логарифмическая функция ……………………… 12**
6. **Тригонометрические функции …………………. 14**
7. **Обратные тригонометрические функции … 18**
8. **Гиперболические функции ……………………….. 21**
9. **Использованные ресурсы …………………………. 24**

# Понятие функции

**Функция** — в математике соответствие между элементами двух множеств, установленное по такому правилу, что каждому элементу одного множества ставится в соответствие некоторый элемент из другого множества.

Итак, функция y=f(x) представляет собой тройку объектов: X ,f, Y , где

множество X называется **областью задания или областью определения** **функции**;

множество Y называется **областью значений функции**;

f — правило, по которому каждому элементу сопоставляется некоторый элемент . Для правила здесь использовано то же обозначение, что и для функции.

Обозначенный буквой x каждый элемент множества X называется **независимой переменной или аргументом** **функции**. Множество X при этом называется областью изменения переменной .

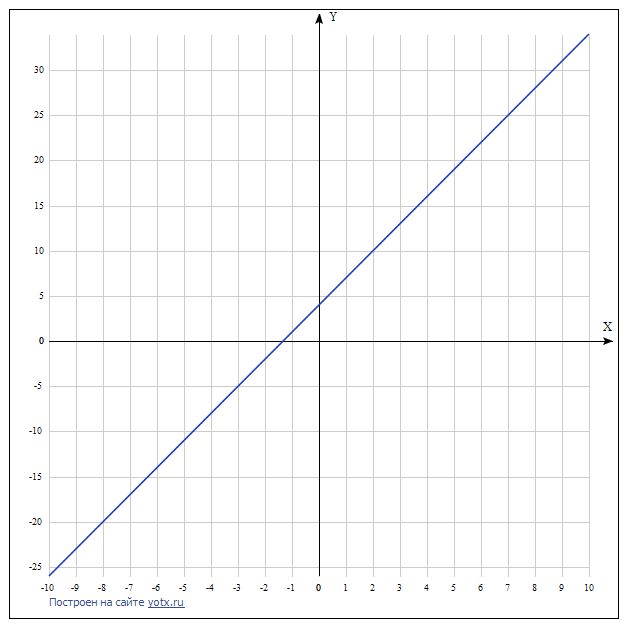
Элемент y, соответствующий фиксированному элементу x называется **частным значением** функции в точке x .

Совокупность всех частных значений y, обозначаемая символом {y} , называется **множеством значений функции**.

Функция называется нечётной, если справедливо равенство

Функция *f* называется чётной, если справедливо равенство

# Линейная функция

**Линейной функцией** называется функция вида

В уравнении функции число *k* , которое мы умножаем на *x* называется **коэффициентом наклона**.

**Графиком линейной функции является прямая линия**

В уравнении функции коэффициент *k* отвечает за наклон графика функции:

если , то график наклонен вправо

если , то график наклонен влево

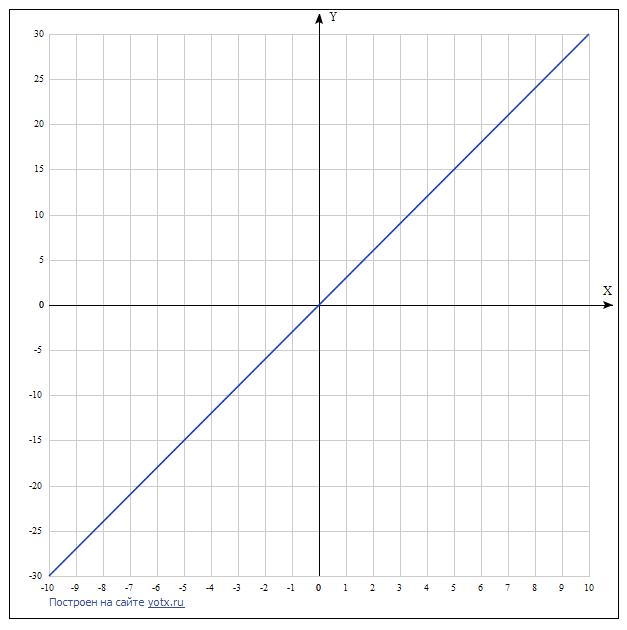
Коэффициент *b* отвечает за сдвиг графика вдоль оси :

Если , то график функции *y=kx+b* получается из графика функции *y=kx* сдвигом на *b* единиц вверх вдоль оси OY

если , то график функции *y=kx+b* получается из графика функции *y=kx* сдвигом на *b* единиц вниз вдоль оси OY

Если k=0 , то функция y=kx+b превращается в функцию y=b и ее график имеет вид:

Ординаты всех точек графика функции y=b равны b

****

Если b=0, то график функции *y=kx* проходит через начало координат:

**Это график прямой пропорциональности.**

**Свойства линейной функции:**

**1)** Область определения линейной функции есть вся вещественная ось

**2)** Если k ≠ 0, то область значений линейной функции есть вся вещественная ось. Если k = 0, то область значений линейной функции состоит из числа b

3) Четность и нечетность линейной функции зависят от значений коэффициентов k и b.

a) b ≠ 0, k = 0, следовательно, y = b – четная

b) b = 0, k ≠ 0, следовательно y = kx – нечетная

c) b ≠ 0, k ≠ 0, следовательно y = kx + b – функция общего вида

d) b = 0, k = 0, следовательно y = 0 – как четная, так и нечетная функция

**4)** Свойством периодичности линейная функция не обладает;

**5)** Точки пересечения с осями координат:

Ox: y = kx + b = 0, x = -b/k, следовательно (-b/k; 0) – точка пересечения с осью абсцисс.

Oy: y = 0k + b = b, следовательно (0; b) – точка пересечения с осью ординат.

**Замечание**

Если b = 0 и k = 0, то функция y = 0 обращается в ноль при любом значении переменной х. Если b ≠ 0 и k = 0, то функция y = b не обращается в ноль ни при каких значениях переменной х.

**6)** Промежутки знакопостоянства зависят от коэффициента k.

a) k > 0; kx + b > 0, kx > -b, x > -b/k.

y = kx + b – положительна при x из (-b/k; +∞),

y = kx + b – отрицательна при x из (-∞; -b/k).

b) k < 0; kx + b < 0, kx < -b, x < -b/k.

y = kx + b – положительна при x из (-∞; -b/k),

y = kx + b – отрицательна при x из (-b/k; +∞).

c) k = 0, b > 0; y = kx + b положительна на всей области определения,

k = 0, b < 0; y = kx + b отрицательна на всей области определения.

**7)** Промежутки монотонности линейной функции зависят от коэффициента k.

k > 0, следовательно y = kx + b возрастает на всей области определения,

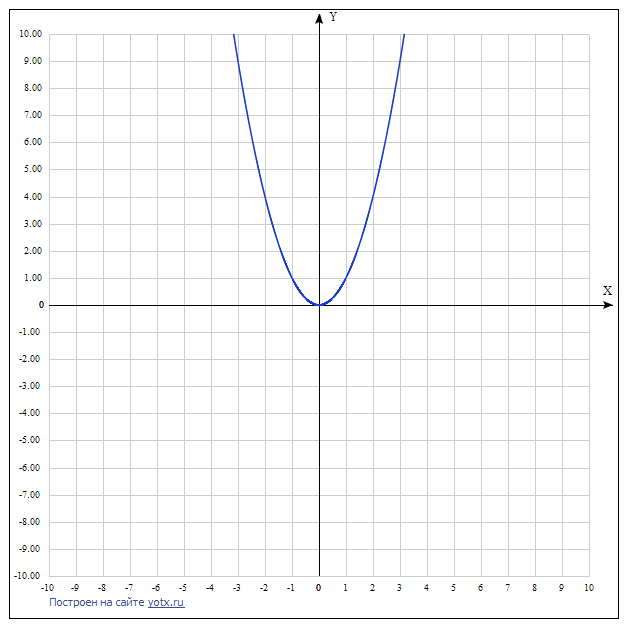
k < 0, следовательно y = kx + b убывает на всей области определения.

# Степенная функция

**Степенная функция** — функция , где a (показатель степени) — некоторое вещественное число . К степенным часто относят и функцию вида , где k — некоторый (ненулевой) коэффициент. Существует также комплексное обобщение степенной функции. На практике показатель степени почти всегда является целым или рациональным числом.

1. **Показатель a – натуральное число**

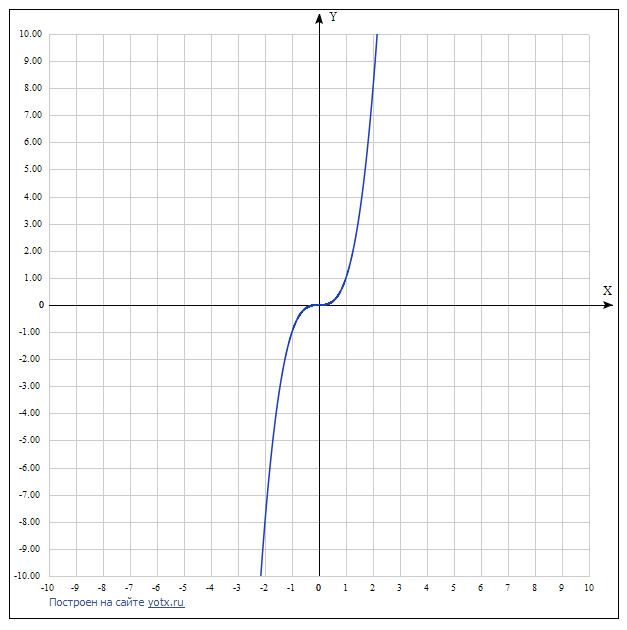
**Показатель a=2n -четное натуральное число**

В этом случае степенная функция , где n- натуральное число, обладает следующими свойствами:

1. область определения - все действительные числа, т. е. множество R
2. множество значений - неотрицательные числа, т. е. y больше или равно 0
3. функция четная, так как
4. функция является убывающей на промежутке x<0 и возрастающей на промежутке x>0

График функции имеет такой же вид, как например график функции *y=x2*.

**Показатель a=2n-1 - нечетное натуральное число**

 В этом случае степенная функция , где натуральное число, обладает следующими свойствами:

1. область определения - множество R
2. множество значений - множество R
3. функция нечетная, так как
4. функция является возрастающей на всей действительной оси

График функции имеет такой же вид, как, например, график функции *y=x3*.

**Показатель a=-2n, где n - натуральное число**

В этом случае степенная функция обладает следующими свойствами:

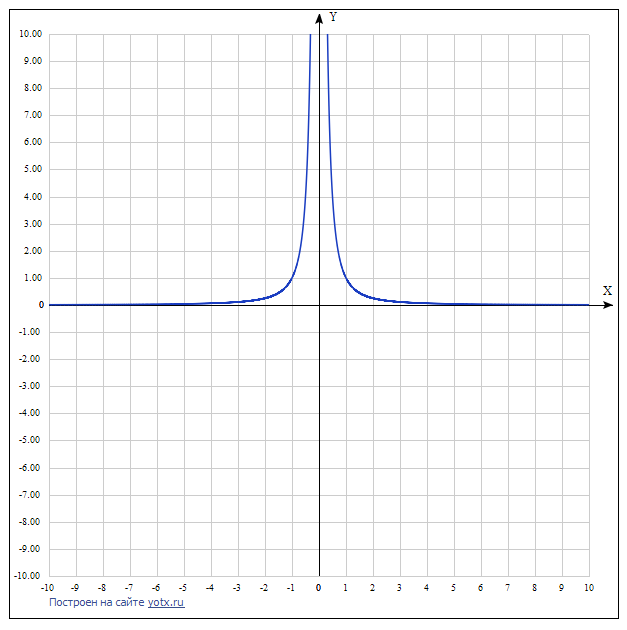
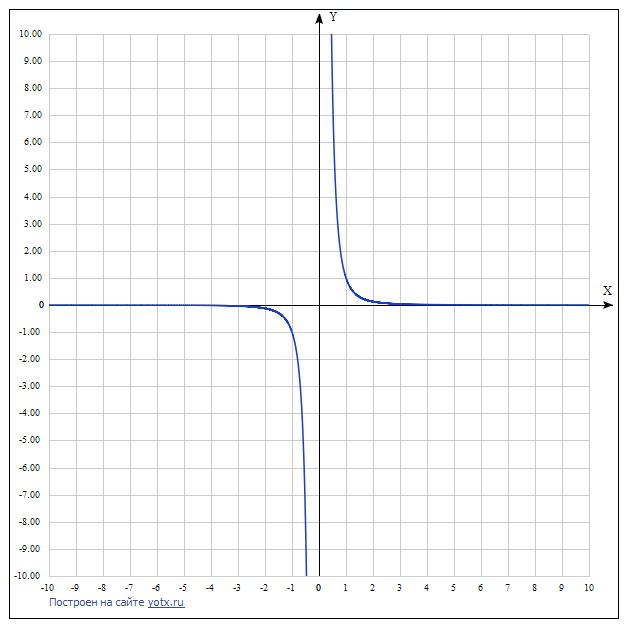
1. область определения - множество R, кроме x=0
2. множество значений - положительные числа y>0
3. функция четная, так как
4. функция является возрастающей на промежутке x<0 и убывающей на промежутке x>0.

График функции имеет такой же вид, как, например, график функции

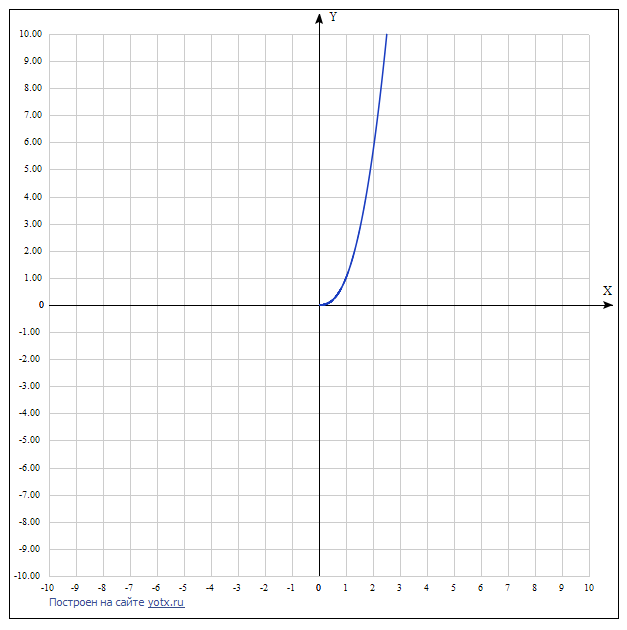
**Показатель a=-(2n-1), где n- натуральное число.**

 В этом случае степенная функция обладает следующими свойствами:

1. область определения - множество R, кроме x=0
2. множество значений - множество R, кроме y=0
3. функция нечетная, так как
4. функция является убывающей на промежутках x<0 и x>0

График функции имеет такой же вид, как, например, график функции

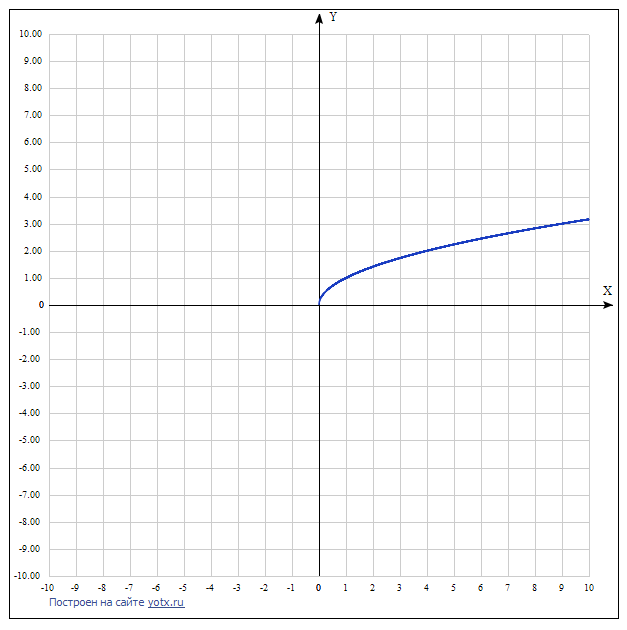
1. **Показатель a – рациональное число**

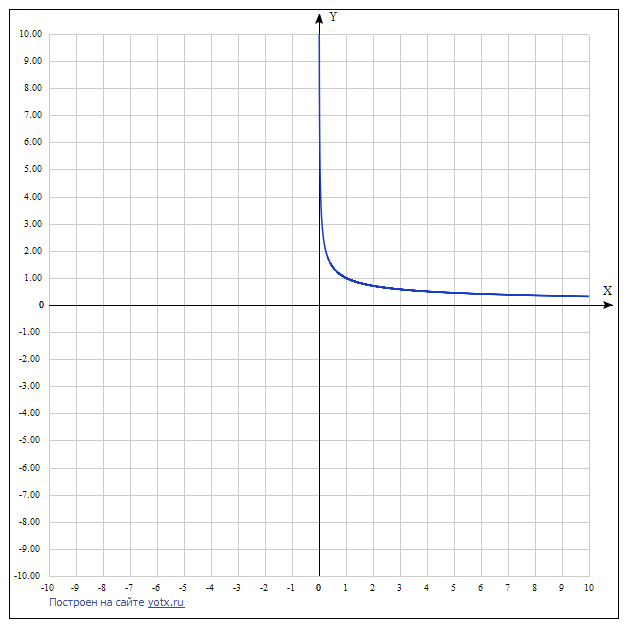
Степенная функция вида неправильная дробь (числитель больше знаменателя). Ее графиком является кривая, похожая на ветвь параболы. Чем больше показатель a, тем «круче» устремлена эта кривая вверх.

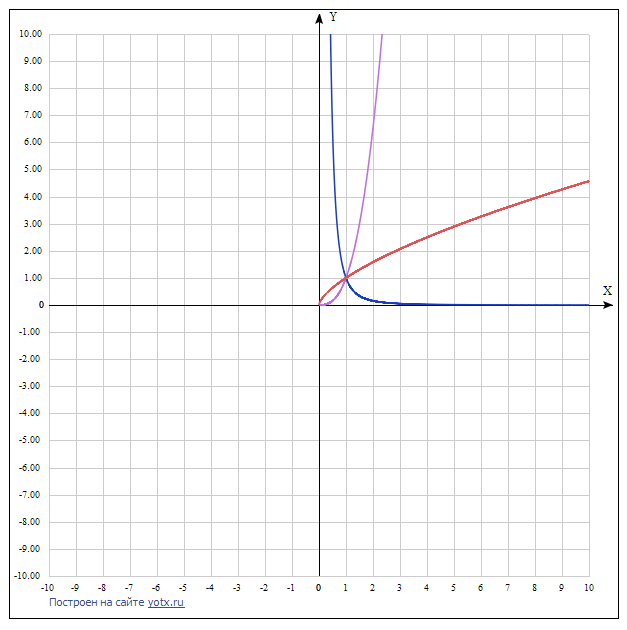
**Свойства функции**

1. не является ни четной, ни нечетной
2. возрастает на
3. не ограничена сверху, ограничена снизу
4. не имеет наибольшего значения yнаим=0
5. непрерывна
6. выпукла вниз

**Свойства функции**

1. 
2. не является ни четной, ни нечетной;
3. возрастает на
4. не ограничена сверху, ограничена снизу
5. не имеет наибольшего значения; yнаим=0
6. непрерывна
7. выпукла вверх

**Свойства функции**

1. не является ни четной, ни нечетной
2. убывает на
3. не ограничена сверху, ограничена снизу
4. не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения
5. непрерывна
6. выпукла вниз
7. **Показатель a – иррациональное число**

**Степенная функция с отрицательным показателем a < 0**

Область определения: x > 0

Множество значений: y > 0

Монотонность: монотонно убывает

Выпуклость: выпукла вниз

Точки перегибов: нет

Точки пересечения с осями координат: нет

Частное значение: При x = 1, y(1) = 1 a= 1

**Степенная функция с положительным показателем a> 0**

**Показатель меньше единицы 0 < a < 1**

Область определения: x ≥ 0

Множество значений: y ≥ 0

Монотонность: монотонно возрастает

Выпуклость: выпукла вверх

Точки перегибов: нет

Точки пересечения с осями координат: x = 0, y = 0

Частные значения: При x = 0, y(0) = 0 a = 0.

При x = 1, y(1) = 1 a = 1

**Показатель больше единицы a > 1**

Область определения: x ≥ 0

Множество значений: y ≥ 0

Монотонность: монотонно возрастает

Выпуклость: выпукла вниз

Точки перегибов: нет

Точки пересечения с осями координат: x = 0, y = 0

Частные значения: При x = 0, y(0) = 0 a = 0 , при x = 1, y(1) = 1 a = 1

# Показательная функция

Показательная функция — математическая функция , где a называется основанием степени ( a>0,a≠1) , а x — показателем степени.

В вещественном случае основание степени a — некоторое неотрицательное вещественное (действительное) число, а аргументом функции является вещественный показатель степени.

Особо выделяется случай, когда в качестве основания степени выступает число e. Такая функция называется экспонентой (вещественной или комплексной).

**Основные свойства показательной функции:**

1. Область определения – множество R действительных чисел.
2. Область значений - множество R+ всех положительных действительных чисел.
3. При a>1 функция возрастает на всей числовой прямой; при 0<a<1 функция убывает на множестве R.

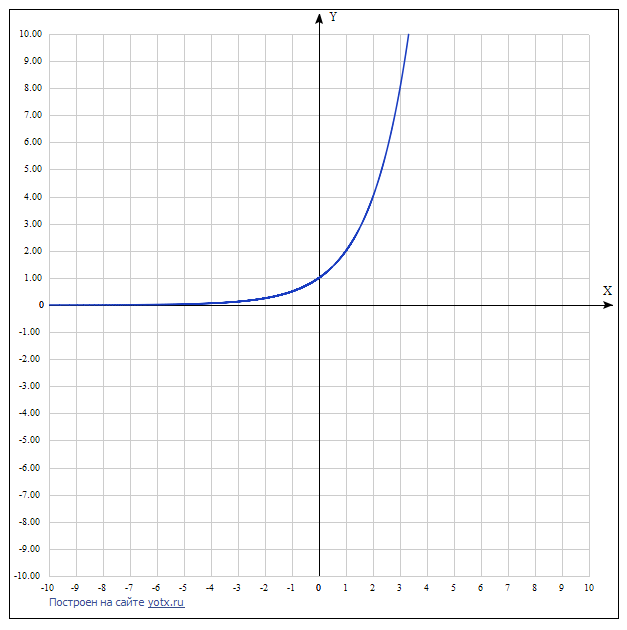
, если x1<x2, (a>1),

, если x1<x2, (0<a<1)

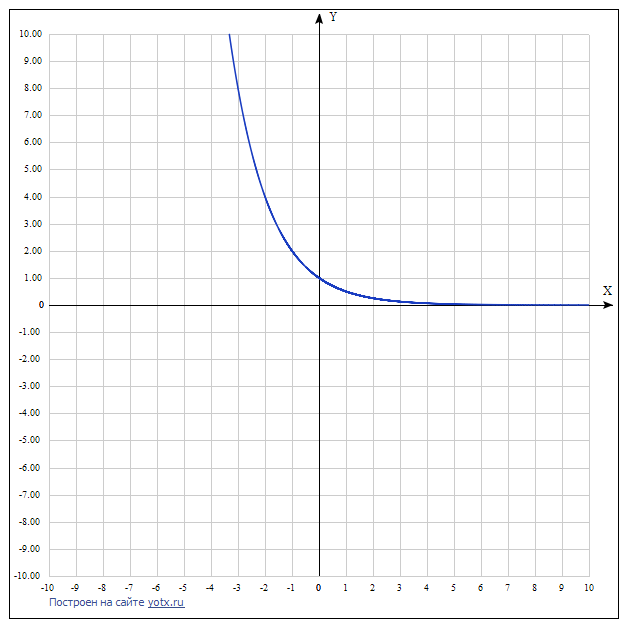
1. При любых действительных значениях x и y справедливы равенства

Графики показательных функций изображены на рисунках:

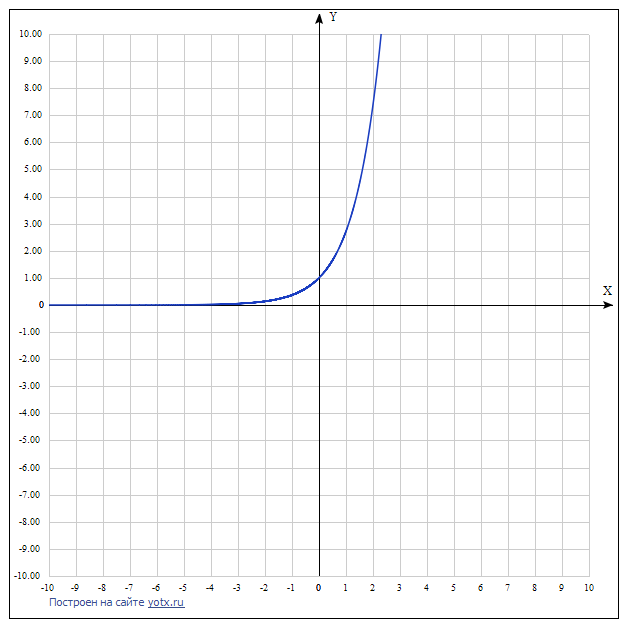
**1) для случая a>1**

****

**2) для случая 0<a<1**

****

**3) для случая a=e**

****

# Логарифмическая функция

Логарифмической функцией называется функция вида , где

Логарифмическая функция является обратной к показательной функции .

Графики прямой и обратной функций симметричны относительно прямой *y=x* .

При функция не определена.

**Свойства логарифмической функции:**

1.Область определения:

2. Множество значений: - принимает любое действительное значения.

3. При функция убывает, то есть большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции:

если , то .

4. При функция возрастает, то есть большему значению аргумента соответствует большее значение функции:

если , то .

5. График показательной функции всегда проходит через точку с координатами (1;0)

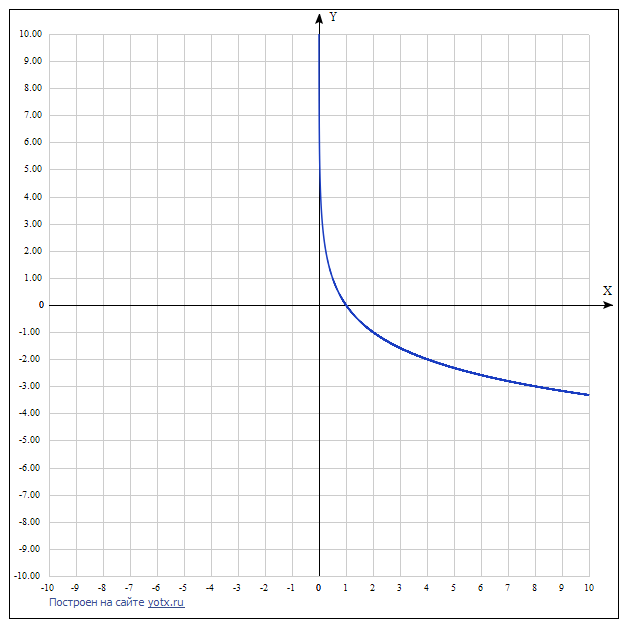
6. Поведение при :

При :

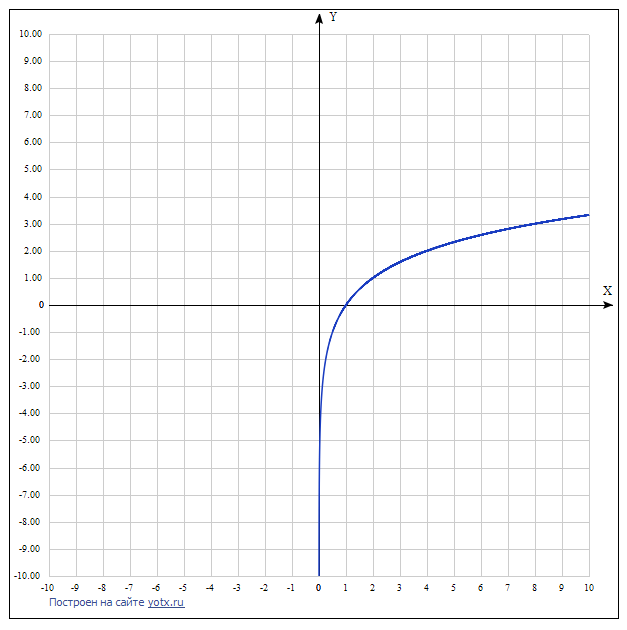
при

При :

при

****Графики логарифмических функций изображены на рисунках:

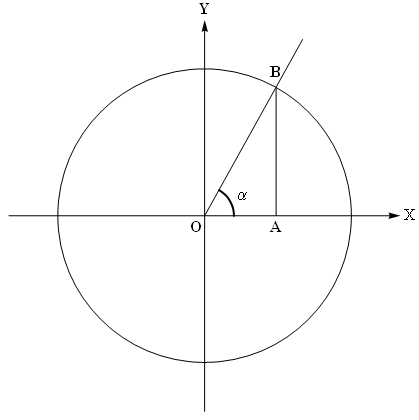
**1) для случая a>1**

****

**2) для случая 0<a<1**

# Тригонометрические функции

**Тригонометрические функции** — элементарные функции, которые исторически возникли при рассмотрении прямоугольных треугольников и выражали зависимости длин сторон этих треугольников от острых углов при гипотенузе (или, что равнозначно, зависимость хорд и высот от центрального угла (дуги) в круге).

Обычно тригонометрические функции определяются геометрически. Пусть нам дана декартова система координат на плоскости, и построена окружность радиуса R} с центром в начале координат O . Всякий угол можно рассматривать как поворот от положительного направления оси абсцисс до некоторого луча OB , при этом направление поворота против часовой стрелки считается положительным, а по часовой стрелке — отрицательным. Абсциссу точки B обозначим xB , ординату обозначим yB .

Синусом называется отношение

Косинусом называется отношение

Тангенс определяется как

Котангенс определяется как

Тригонометрическим функциям присуще понятие периодичности (повторяемости значений функции при различных значениях аргумента, отличных друг от друга на величину периода , где Т - период), поэтому, в список свойств тригонометрических функций добавлен пункт «наименьший положительный период».

**Функция синус y = sin(x)**

**Свойства функции синус y = sin(x).**

Областью определения функции синус является все множество действительных чисел, то есть, функция y = sin(x) определена при .

Наименьший положительный период функции синуса равен двум пи: .

Функция обращается в ноль при , где , Z – множество целых чисел.

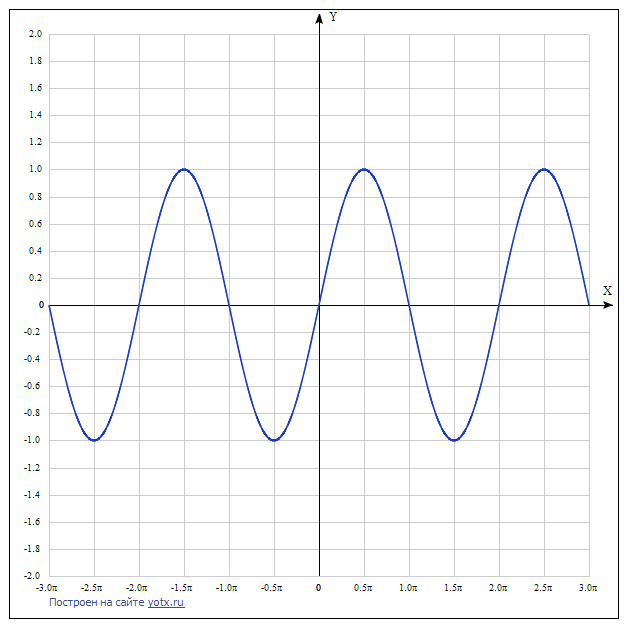
Функция синус принимает значения из интервала от минус единицы до единицы включительно, то есть, ее область значений есть .

Функция синус - нечетная, так как .

Функция убывает при, возрастает при .

Функция синус имеет локальные максимумы в точках , локальные минимумы в точках .

Функция y = sin(x) вогнутая при , выпуклая при .

Координаты точек перегиба .

Асимптот нет.

**Функция косинус y = cos(x)**

**Свойства функции косинус y = cos(x).**

Область определения функции косинус: .

Наименьший положительный период функции y = cos(x) равен двум пи: .

Функция обращается в ноль при , где , Z – множество целых чисел.

Область значений функции косинус представляет интервал от минус единицы до единицы включительно: .

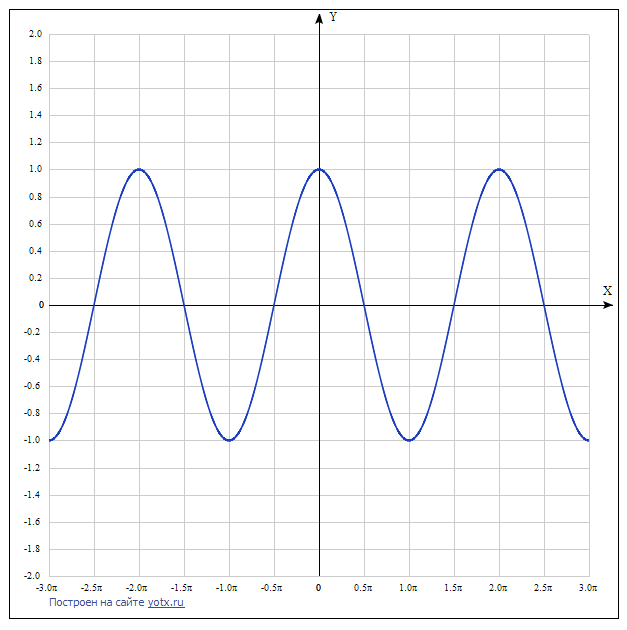
Функция косинус - четная, так как .

Функция убывает при , возрастает при

.

Функция y = cos(x) имеет локальные максимумы в точках , локальные минимумы в точках .

Функция вогнутая при , выпуклая при .

Координаты точек перегиба .

Асимптот нет.

**Функция тангенс y = tg(x).**

**Свойства функции тангенс y = tg(x).**

Область определения функции тангенс:, где , Z – множество целых чисел.

Поведение функции y = tg(x) на границе области определения ,

Cледовательно, прямые , где , являются вертикальными асимптотами.

Наименьший положительный период функции тангенс .

Функция обращается в ноль при , где , Z – множество целых чисел.

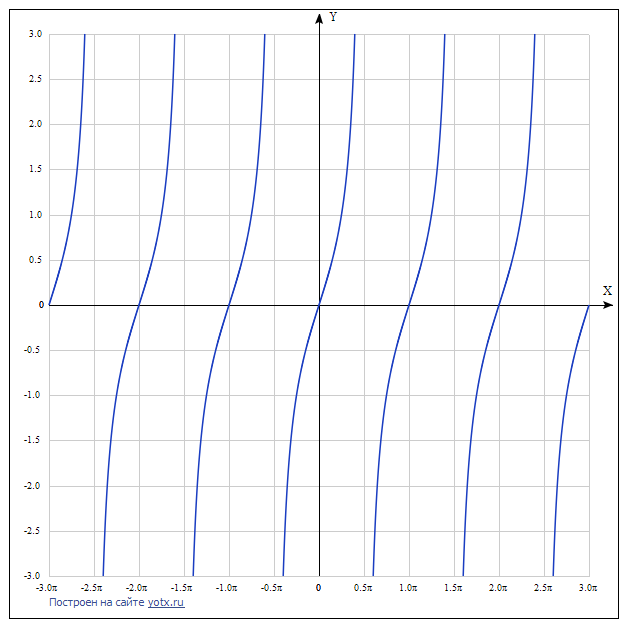
Область значений функции y = tg(x): .

Функция тангенс - нечетная, так как .

Функция возрастает при .

Функция вогнутая при , выпуклая при .

Координаты точек перегиба .

Наклонных и горизонтальных асимптот нет.

**Функция котангенс y = ctg(x)**

**Свойства функции котангенс y = ctg(x).**

Область определения функции котангенс: , где , Z – множество целых чисел.

Поведение на границе области определения

Следовательно, прямые , где являются вертикальными асимптотами.

Наименьший положительный период функции y = ctg(x )равен пи: .

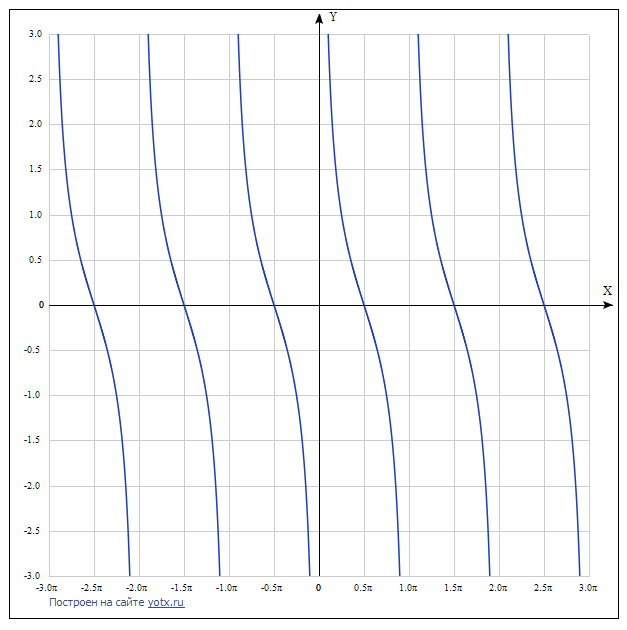
Функция обращается в ноль при , где , Z – множество целых чисел.

Область значений функции котангенс: .

Функция нечетная, так как .

Функция y = ctg(x) убывает при .

Функция котангенс вогнутая при , выпуклая при .

Координаты точек перегиба .

Наклонных и горизонтальных асимптот нет.

# Обратные тригонометрические функции

**Обратные тригонометрические функции** (круговые функции, аркфункции) — математические функции, являющиеся обратными к тригонометрическим функциям. К обратным тригонометрическим функциям обычно относят следующие функции функций:

арксинус (обозначение arcsin(x); arcsin(x) — это угол, синус которого равен x )

арккосинус (обозначение: arccos(x);arccos(x) — это угол, косинус которого равен x и т. д.)

арктангенс (обозначение: arctg(x) )

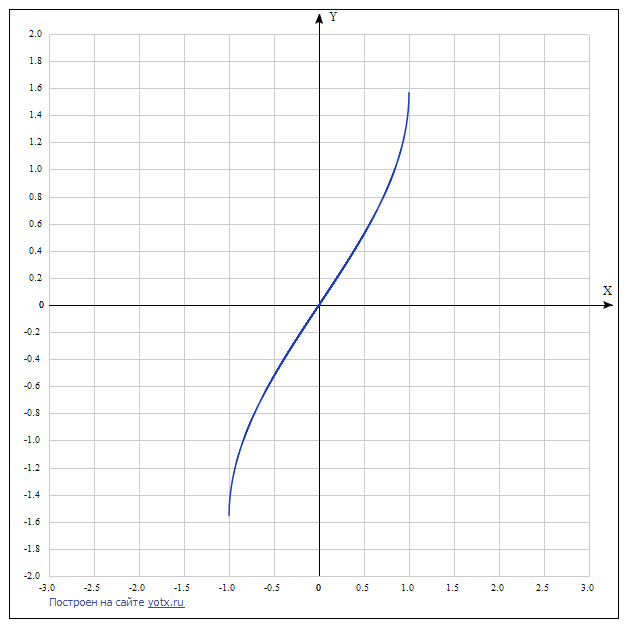
арккотангенс (обозначение arcctg(x) )

Название обратной тригонометрической функции образуется от названия соответствующей ей тригонометрической функции добавлением приставки «арк-» (от лат. arcus — дуга). Это связано с тем, что геометрически значение обратной тригонометрической функции можно связать с длиной дуги единичной окружности (или углом, стягивающим эту дугу), соответствующей тому или иному отрезку. Так, обычный синус позволяет по дуге окружности найти стягивающую её хорду, а обратная функция решает противоположную задачу.

Тригонометрические функции периодичны, поэтому функции, обратные к ним, многозначны. То есть, значение аркфункции представляет собой множество углов (дуг), для которых соответствующая прямая тригонометрическая функция равна заданному числу.

**Функция арксинус y = arcsin(x).**

**Свойства функции арксинус y = arcsin(x).**

Областью определения функции арксинус является интервал от минус единицы до единицы включительно: .

Область значений функции y = arcsin(x): .

Функция арксинус - нечетная, так как .

Функция y = arcsin(x) возрастает на всей области определения, то есть, при .

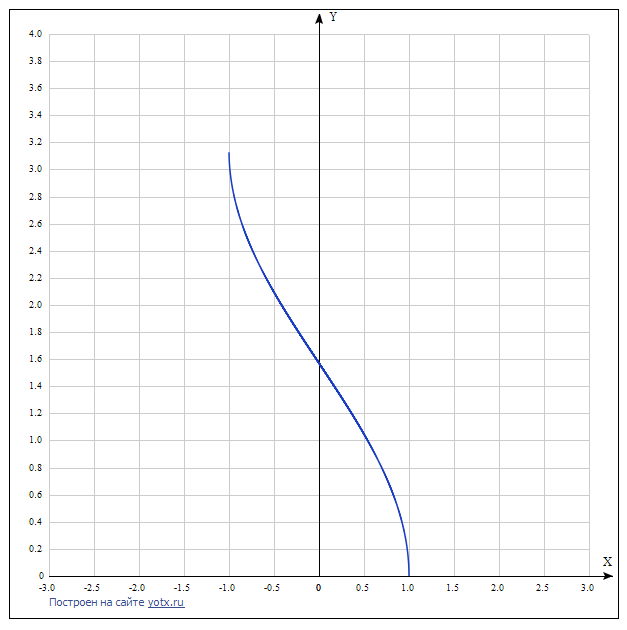
Функция вогнутая при , выпуклая при [-1;0] .

Точка перегиба (0; 0), она же ноль функции.

Асимптот нет.

**Функция арккосинус y = arccos(x).**

**Свойства функции арккосинус y = arccos(x).**

Область определения функции арккосинус: .

Область значений функции y = arccos(x): .

Функция не является ни четной ни нечетной, то есть, она общего вида.

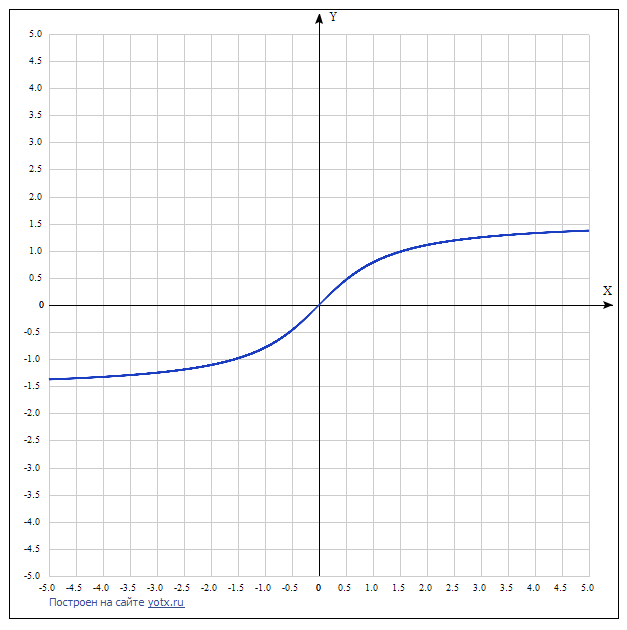
Функция арккосинус убывает на всей области определения, то есть, при .

Функция вогнутая при , выпуклая при .

Точка перегиба .

Асимптот нет.

**Функция арктангенс y = arctg(x).**

**Свойства функции арктангенс y = arctg(x).**

Область определения функции y = arctg(x): .

Область значений функции арктангенс: .

Функция арктангенс - нечетная, так как .

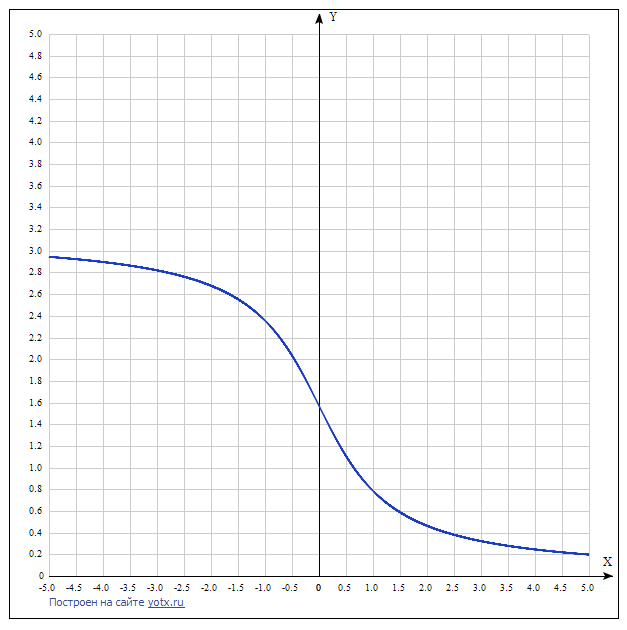
Функция возрастает на всей области определения, то есть, при .

Функция арктангенс вогнутая при , выпуклая при .

Точка перегиба (0; 0), она же ноль функции.

Горизонтальными асимптотами являются прямые при и при .

**Функция арккотангенс y = arcctg(x).**

**Свойства функции арккотангенс y = arcctg(x).**

Областью определения функции арккотангенс является все множество действительных чисел: .

Область значений функции y = arcctg(x): .

Функция арккотангенс не является ни четной ни нечетной, то есть, она общего вида.

Функция убывает на всей области определения, то есть, при .

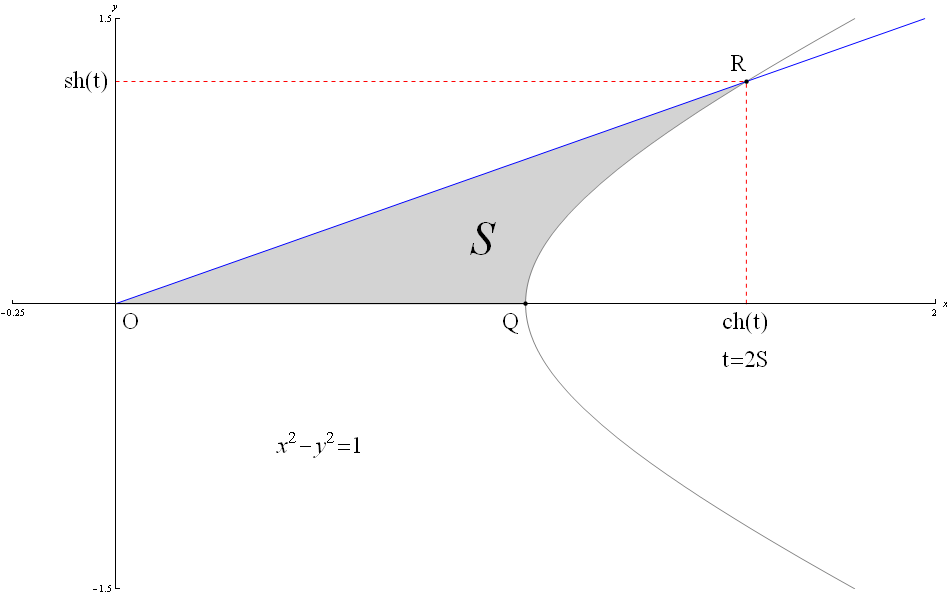
Функция вогнутая при , выпуклая при .

Точка перегиба .

Горизонтальными асимптотами являются прямые при и y = 0 при .

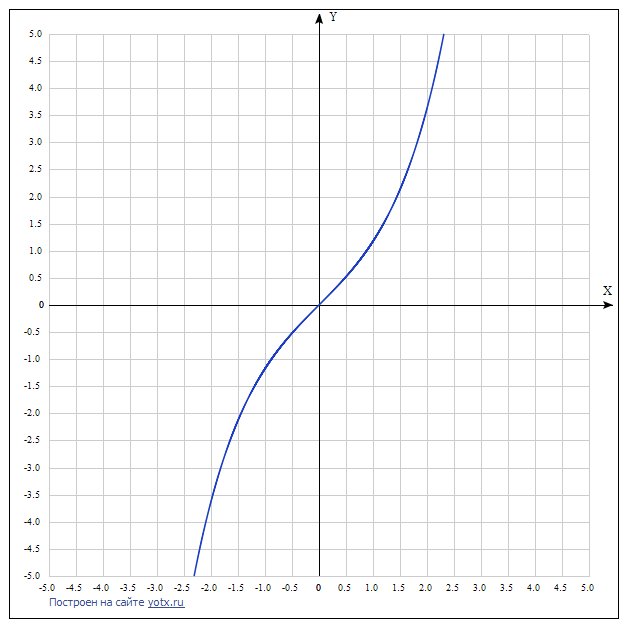
# Гиперболические функции

**Гиперболические функции** — семейство элементарных функций, выражающихся через экспоненту и тесно связанных с тригонометрическими функциями.

**Геометрическое определение**

Ввиду соотношения гиперболические функции дают параметрическое представление гиперболы (). При этом аргумент t=2S , где S — площадь криволинейного треугольника OQR , взятая со знаком «+», если сектор лежит выше оси OX , и «−» в противоположном случае. Очевидно, что и гиперболические функции определяются через этот параметр, например, уравнения гиперболического синуса в параметрической форме: x=t,y=f(t) , где f(t) — ордината точки гиперболы, соответствующей площади t=2S . Это определение аналогично определению тригонометрических функций через единичную окружность, которое тоже можно построить подобным образом.

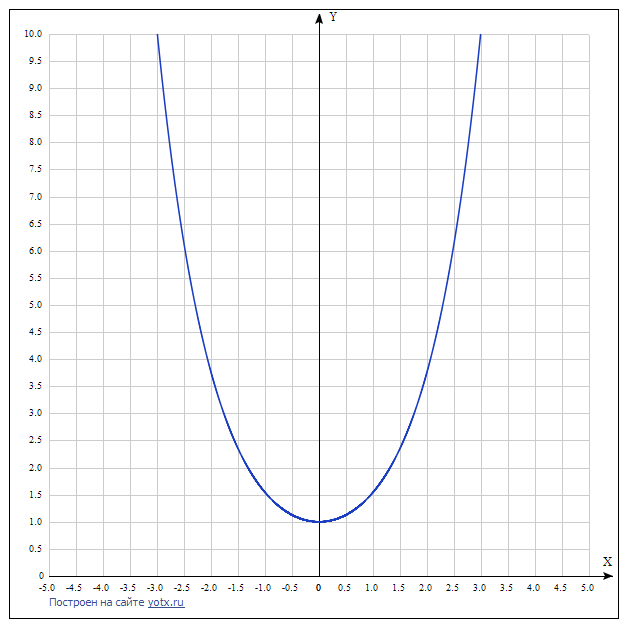
**sh x - гиперболический синус**

**Свойства**

Область определения

Область значения

Функция нечетная

**ch x - гиперболический косинус**

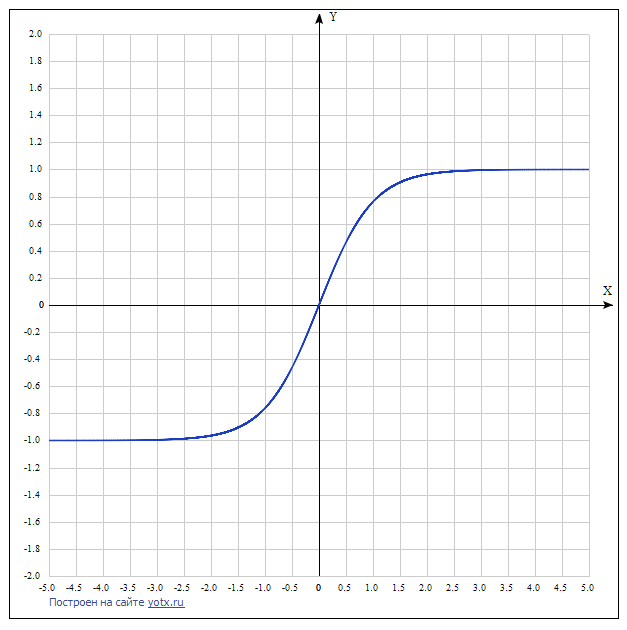
**Свойства**

Область определения

Область значений

Функция четная

**th x - гиперболический тангенс**

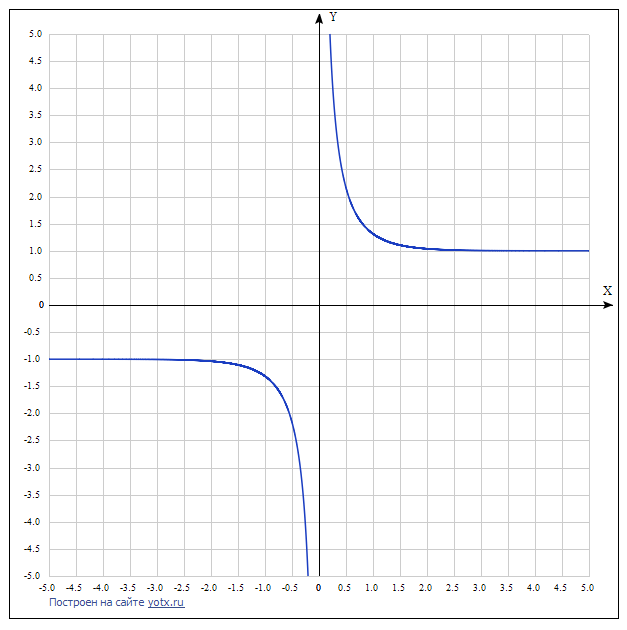
**Свойства**

Область определения

Область значений

Функция нечетная

**cth x - гиперболический котангенс**

**Свойства**

Область определения

Область значений

Функция нечетная

# Использованные ресурсы

https://ru.wikipedia.org/wiki/Функция\_(математика)

https://ege-ok.ru/2012/04/03/lineynaya-funktsiya-i-ee-grafik

http://spishy-u-antoshki.ru/linejnaja-funkcija-ee-svojstva-i-grafik.html

https://studfiles.net/preview/1621571/

https://ru.wikipedia.org/wiki/Степенная\_функция

http://edufuture.biz/index.php?title=Степенные\_функции,\_их\_свойства\_и\_графики

https://cyberpedia.su/9x97eb.html

https://ru.wikipedia.org/wiki/Показательная\_функция

https://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/pokazatelnaia-i-logarifmicheskaia-funktcii-9160/pokazatelnaia-funktciia-ee-svoistva-i-grafik-10424/re-6f81546a-1197-4b52-b336-61735603da83

http://www.yotx.ru/#!1/3\_h/ubWwf7Wwf7Rgzhf23/aP9g/2DfT0qt7V/s7R/sk2jYjZ1TxuPpFuNx6/Jid39rHwM=

https://ege-ok.ru/2016/06/27/logarifmicheskaya-funkciya-ee-svojstva-i-grafik

https://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/pokazatelnaia-i-logarifmicheskaia-funktcii-9160/logarifmicheskaia-funktciia-9167/re-ec4dece9-1c52-4123-8e5d-f460c69d83b8

https://ru.wikipedia.org/wiki/Тригонометрические\_функции

https://studfiles.net/preview/1839199/page:5/

https://ru.wikipedia.org/wiki/Обратные\_тригонометрические\_функции

https://studfiles.net/preview/1839199/page:6/

https://ru.wikipedia.org/wiki/Гиперболические\_функции

https://1cov-edu.ru/mat\_analiz/funktsii/giperbolicheskie/