Отзыв на выпускную квалификационную работу

Интернет-курс “учебник – справочник: планиметрия” на основе учебников Киселева А.П. и Александрова А.Д. с применением **Mathcad** и **GeoGebra** студента 45 группы А.А. Ралко

Классические «Основания геометрии» Гильберта (1899) стали образцом для дальнейших работ по аксиоматическому построению геометрии. В ней достигнута научная строгость, которую нельзя усилить в данных рамках аксиоматических теорий. С другой стороны, при изучении геометрии в школе автором А. П. Киселёвым 140 лет назад создан замечательный учебник для школ, который невозможно улучшить с точки зрения психологии и высокого методического уровня. Высшей целью Киселева А.П. было достичь понимание предмета учащимися (сегодня это знание утрачено). Между этими двумя крайностями находится масса учебников непоследовательных, смешивающих в той или иной пропорции требования совершенно разных принципов: принципа высокой научности и попыткой облегчить понимание школьниками абстрактного аксиоматического построения геометрии. Эти крайности никогда не смогут дать абсолютности, всегда оставаясь эклектичными смесями двух разных противоположностей, движущихся в противоположных направлениях. Работа эта состояла в создании механического соединения двух противоположных по методическому направлению учебников.

В данной работе студент показал средние навыки в работе с оборудованием и аппаратурой для создания видео файлов.

Оценкам “хорошо” .

Руководитель ВКР д.ф.-м.н.,
профессор КАДИИ Лебедев К.А.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «КубГУ»)

Факультет компьютерных технологий и прикладной математики
Кафедра анализа данных и искусственного интеллекта

Допустить к защите
заведующий кафедрой
д-р тех. наук, доцент
__________ А.В. Коваленко
_____ 24.06 _____ 2022 г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА (БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА)

ИНТЕРНЕТ-КУРС “УЧЕБНИК – СПРАВОЧНИК: ПЛАНИМЕТРИЯ” НА ОСНОВЕ УЧЕБНИКОВ КИСЕЛЕВА А.П. И АЛЕКСАНДРОВА А.Д. С ПРИМЕНЕНИЕМ MATHCAD И GEOGEBRA

Работу выполнил(а) ______________________ А.А. Ралко

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Направленность (профиль) Технология программирования

Научный руководитель
д-р. физ. наук, профессор ______________________ К. А. Лебедев

Нормоконтролер
канд. физ.-мат. наук, доцент ______________________ Г.В. Калайдина

Краснодар
2022

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа содержит 40 с., 3 ч., 20 рис., 6 источников.

УЧЕБНИК, ГЕОМЕТРИЯ, ПЛАНИМЕТРИЯ, КИСЕЛЕВ, АЛЕКСАНДРОВ, ИНТЕРНЕТ–КУРС, ВИДЕОУРОК, ИНТЕРНЕТ, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Цель выпускной квалификационной работы: создание видеоуроков, с целью продемонстрировать основы планиметрии, используя при создании видеоматериалов такое ПО, как Mathcad и Geogebra.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 4
1. Содержание курса 7
1.1. Авторы учебников 9
1.1.1 Киселёв А.П. 9
1.1.2 Александров А.Д. 10
1.2. Темы курса 11
1.3. Пример темы из курса 13
2. Использованное ПО 15
2.1. GeoGebra Classic. 15
2.2. PTC Mathcad Prime 17
2.3. OBS Studio 19
2.4. OpenShot Video Editor 21
3. Процесс создания видеоуроков 23
Заключение 29
Список использованных источников 30
Приложение А 31

ВВЕДЕНИЕ

21 век признано считать веком технологий и не без основательно. В наше время сеть Интернет пользуется большой популярностью как средство получения и распространения информации, как средство общения и взаимодействия людей. На данный момент подрастающее поколение воспринимает Интернет как чуть ли не единственный источник информации и в поиске знаний обращается именно к нему.

В истории науки и педагогики известны два изумительных случая достижения абсолютной истины. Классические «Основания геометрии» Гильберта (1899) стали образцом для дальнейших работ по аксиоматическому построению геометрии. В ней достигнута научная строгость, которую нельзя усилить в данных рамках аксиоматических теорий, логики первого порядка. Гильберт впервые реализовал идею построения модели одной математической структуры на базе другой с её исчерпывающей полнотой. Он не только дал полную аксиоматику геометрии, но также детально проанализировал её, доказав независимость каждой из своих аксиом. Гильберт также создал метаматематику и чётко обозначил требования к идеальной аксиоматической теории: непротиворечивость, полнота и независимость аксиом.

С другой стороны при изучении геометрии в школе автором А. П. Киселёвым 140 лет назад создан замечательный учебник для школ, который невозможно улучшить с точки зрения психологии и высокого методического уровня. Высшей целью Киселева Андрея Петровича было достичь понимание предмета учащимися, и он знал, как эта цель достигается (мы это знание утратили). Вот что он пишет в 1930 г. в предисловии к 10-му изданию своего учебника: «весь материал заново переработан с целью, главным образом, его упрощения и лучшего распределения. Изменения имеют целью, главным образом, отвлечённость заменить конкретностью, дедуктивные выводы иллюстрировать индуктивно и тем самым облегчить читателю усвоение учебного материала»» (А. Киселёв. Элементы алгебры и анализа. Часть первая. –ГИ: М.-Л. 1930. С. 9, 11). Поэтому так легко было учиться по его книгам. По сей день этот учебник является образцом достижения абсолютной истины в рамках методики интуитивного обучения. Его практически трудно улучшить и сделать ещё более понятным, не впадая при этом в вульгаризацию изложения.

Между этими двумя крайностями находится масса учебников непоследовательных, смешивающих в той или иной пропорции требования совершенно разных принципов: принципа высокой научности и высокого методического уровня. Согласно диалектике Гегеля, переработанной классиками марксизма в рамках материалистического мировоззрения, эти крайности никогда не смогут дать абсолютности, всегда оставаясь эклектичными смесями двух разных противоположностей, движущихся в противоположных направлениях.

Какими бы ни были великими учёными математики и авторами учебников по геометрии (Колмогоров, Александров, Погорелов, Атанасян и многие другие) достичь абсолютности в рамках смеси научности и педагогики невозможно в силу объективности природных законов. Либо строгая современная научность, либо строго методические вопросы педагогики дают ясность, устойчивость в изложении или исследованиях, а промежуточные направления никогда не приведут к удовлетворительному решению.

Но объединение крайних случаев возможно, по крайней мере механическое – не раз, разными педагогами предлагалось изучать геометрию в две приёма на: наглядном нестрогом уровне, а затем более строго.

В связи с этим было принято решение создать Интернет–курс со свободным доступом, воплотивший в себе знания о планиметрии из двух учебников геометрии под авторством выдающихся педагогов и деятелей науки Киселева А. П. и Александрова А. Д. и записать видеоуроки, более понятно отражающие суть работы с прикладным программным обеспечением. Вместе с тем даётся некоторый обзор существующих методик преподавания. В данной работе представлена попытка механического объедения двух противоположных подхода к обучению, на основе высокого методического уровня (ВМУ) учебника Киселёва Андрея Петровича и высокого теоретического уровня (ВТУ) учебника Александрова Александра Даниловича.

В выпускной квалификационной работе изложено краткое содержание курса, приведён пример темы из данного курса и описан процесс создания видеоуроков по соответствующим темам.

1 Содержание курса

Известный факт, что геометрия является одним из самых трудных разделов математики. Из-за этого некоторые реформаторы выдвигают предложение вообще отказаться от привычного курса геометрии в среднеобразовательных организациях, оставив в программе обучения знакомство лишь с некоторыми геометрическими объектами и простейшими методами измерения геометрических величин.

В течение всей истории человечества геометрия являлась источником развития множества наук, а не только математики. Именно благодаря ней появились первые теоремы, аксиомы и доказательства. Сами законы математического образа мышления формировались при помощи геометрии.

Большое количество геометрических задач поспособствовали возникновению новых направлений в науке и наоборот – решение многих научных задач было получено в результате использования геометрических методов на практике. Например:

– задача об измерении длины отрезков привела к открытию Пифагором несоизмеримых отрезков и в дальнейшем к построению действительных чисел;

– задачи об измерении длины окружности, площади круга, объемов шара и пирамиды привели древнегреческих ученых к понятию предела и заложили основы интегрального исчисления;

– задачи нахождения уравнения касательной к кривой и вычисления площади криволинейной трапеции привели Г. Лейбница и И. Ньютона к созданию дифференциального и интегрального исчислений;

– геометрические методы изображения пространственных фигур стали фундаментом живописи, изобразительного искусства;

– задача о нахождении орбит космических тел оказалась связанной и была решена с помощью конических сечений;

– современные представления о Вселенной описываются на языке геометрии с помощью такого понятия как многообразие;

– задача Эйлера о кенигсбергских мостах стала основополагающей для нового направления в геометрии – теории графов;

– функциональный анализ, один из современных разделов математического анализа, опирается на понятие бесконечномерного линейного пространства, обобщающего понятие евклидова пространства;

– одно из основополагающих понятий современной алгебры – понятие группы – возникло на основе геометрических понятий симметрии и движения. Группам симметрий отведена большая роль далеко за пределами математики, в таких науках как физика, химия, биология, кристаллография и многих других;

– в последние несколько десятков лет активно развивается алгебраическая геометрия – раздел математики, предметом изучения геометрическими методами которого являются алгебраические структуры. В частности, решение проблемы Ферма было не так давно получено с использованием глубоких геометрических методов;

– разработка методов решения отдельных задач оптимального управления стала возможной лишь благодаря развитию геометрических методов решения задач, например теории многогранников;

– в последние годы, в связи с огромным скачком в развитии компьютерной техники, появилось и успешно совершенствуется новое направление геометрии – компьютерная геометрия.

Вообще нынешняя наука и ее приложения не имеют смысла без геометрии и ее подразделов, таких как топология, дифференциальная геометрия, алгебраическая геометрия, теория графов, компьютерная геометрия и многие другие.

Отечественной школой накоплен уникальный опыт преподавания геометрии. Учебник по геометрии Киселева А.П. под редакцией Глаголева

Н.А. на протяжении многих лет оставался образцом строгости, четкости подачи материала и доступности изложения концепций геометрии.

1.1 Авторы учебников

1.1.1 Киселев А. П.

Киселёв Андрей Петрович (30 ноября (12 декабря) 1852, Мценск – 8 ноября 1940, Ленинград) – русский и советский педагог, «законодатель» школьной математики. Наиболее известен благодаря написанному им учебнику «Элементарная геометрия». Так же является автором ряда других учебников и статей посвященных алгебре, геометрии и физике.

В Орловскую гимназию он был принят сразу во второй класс после окончания уездного училища в Мценске. В 1871 году он окончил её с золотой медалью и поступил на физико-математический факультет Петербургского университета.

В университетские годы Киселёв слушал лекции П. Л. Чебышёва, профессоров А. Н. Коркина, Е. И. Золотарёва и О. И. Сомова. В эти годы он вобрал в себя всё лучшее, что мог дать Петербургский университет – один из крупнейших в Европе. Тогда же он сделал первые шаги в собственном математическом творчестве.

После окончания учебного заведения в 1875 году со степенью кандидата физико-математического факультета Петербургского университета по математическому разряду, работал до июля 1891 года преподавателем черчения, математики и механики в Воронежском училище. Затем, в течение года – в Курской мужской гимназии и, наконец, в Воронежском кадетском корпусе (1892–1901).

В 1901 году он вышел в отставку и стал заниматься главным образом литературной работой.

1.1.2 Александров А. Д.

Александр Данилович Александров (22 июля [4 августа] 1912 – 27 июля 1999) – советский и российский математик, физик, философ; педагог. Организатор образования и науки в системе высшей школы. Ректор Ленинградского государственного университета (1952 – 1964). Академик АН СССР и РАН. Заслуженный деятель науки и техники РСФСР.

Его учебник в соавторстве с профессором Вернером Алексеем Леонидовичем и преподавателем Рыжик Валерием Адольфовичем используется в президентском лицее, откуда вышло много известных математиков. Наиболее известны всему миру академик Матиясевич решивший 10 проблему Гильберта и гениальный Григорий Перельман, создавший теорию потоков Риччи. Их учителями были Рыжик Валерий Адольфович и его книга.

А. Д. Александров является основоположником своей научной школы. Им созданы новые приёмы исследований. Эти приёмы оказались эффективными не только в геометрии, но и в смежных областях математики. Им написан ряд монографий, множество научных статей, учебники для школ и ВУЗов. Он писал также публицистические статьи, воспоминания об учёных и философские эссе о моральной ценности науки.

Вклад Александрова в математику проходил под девизом «Назад – к Евклиду». Сам он отмечал, что «пафос современной математики в том, что происходит возврат к грекам».

Пионерские работы Александрова обогатили геометрию методами теории меры и функционального анализа. Александров развил синтетический подход к дифференциальной геометрии. Он — один из создателей внутренней геометрии нерегулярных поверхностей, разработал наглядный метод разрезания и склеивания, позволивший Александрову решить многие экстремальные задачи теории многообразий ограниченной кривизны.

Построил теорию метрических пространств с односторонними ограничениями на кривизну.

Благодаря работам Александрова возник естественный класс метрических пространств, обобщающих римановы пространства в том смысле, что в них осмыслено центральное для римановой геометрии понятие кривизны. Эта область получила название «геометрия Александрова», она по сей день активно развивается.

В работах Александрова также получила развитие теория смешанных объёмов выпуклых тел. Он доказал фундаментальные теоремы о выпуклых многогранниках и предложил новый синтетический метод доказательства теорем существования.

А. Д. Александров также является основоположником хроногеометрии.

1.2 Темы курса

В созданном в процессе выполнения курсовой работы Интернет-курсе на данный момент размещены 5 глав (“Начальные сведения”, “Треугольники”, “Параллельность прямых”, “Окружность”, “Измерение величин и подобие фигур”). В общей сложности курс насчитывает 45 тем. На рисунках 1 и 2 представлены темы уже добавленные на Интернет-ресурс (Яндекс-дзен).

НАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

1. Геометрическая фигура
2. Геометрия
3. Прямая, луч, отрезок
4. Окружность и дуги
5. Измерение отрезков
6. Углы, равенство и неравенство углов
7. Сумма и разность углов
8. Измерение углов
9. Смежные и вертикальные углы

ТРЕУГОЛЬНИКИ

1. Понятие о треугольнике
2. Симметрия фигур
3. Математические предложения
4. Равнобедренный треугольник
5. Признаки равенства треугольников
6. Внешний угол треугольника
7. Соотношения между сторонами и углами треугольника
8. Длина отрезка и ломаной
9. Длина перпендикуляра и наклонной

9.1. Признаки равенства прямоугольных треугольников

10. Серединный перпендикуляр
11. Основные задачи на построение

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ

12. Параллельные прямые
13. Признаки параллельности и непараллельности
14. углы с параллельными и перпендикулярными сторонами
15. Аксиома параллельности
16. Сумма углов треугольника и многоугольника
17. Центральная симметрия.

Рисунок 1 – Темы, размещённые на Интернет-ресурсе (с 1 по 17, включая главу “Начальные сведения”)

18. Прямоугольник, ромб, квадрат

19. Теоремы основанные на свойствах параллелограмма

20. Трапеция

21. Задачи на построение (1)

ОКРУЖНОСТЬ

22. Окружность

23. Зависимость между дугами, хордами и расстояние от хорд до центра

24. Взаимное расположение прямой и окружности

25. Взаимное расположение двух окружностей

26. Вписанные углы

27. Вписанные и описанные многоугольники

28. Четыре замечательные точки в треугольнике

29. Правильные многоугольники

30. Задачи на построение (2)

ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН И ПОДОБИЕ ФИГУР

31. Понятие об измерении величин

32. Подобные треугольники

33. Три признака подобия треугольников

34. Подобные многоугольники

35. Подобие фигур произвольного типа

36. Задачи на построение (3)

Рисунок 2 – Темы, размещённые на Интернет-ресурсе (с 17 по 36)

1.3 Пример темы из курса

Рассмотрим пример на основе темы 3 “Прямая, луч, отрезок” в главе “Начальные сведения”. Рисунки содержащие выдержки из учебников были вынесены в Приложение А. В данной теме размещены:

– рисунок 3 и комментарий к нему;

– рисунки А.1 – А.4, содержащие вырезки из учебника Киселева А. П. по соответствующей теме [1];

– рисунки А.5 – А.11, содержащие вырезки из учебника Александрова А. Д. по соответствующей теме [2] [3].

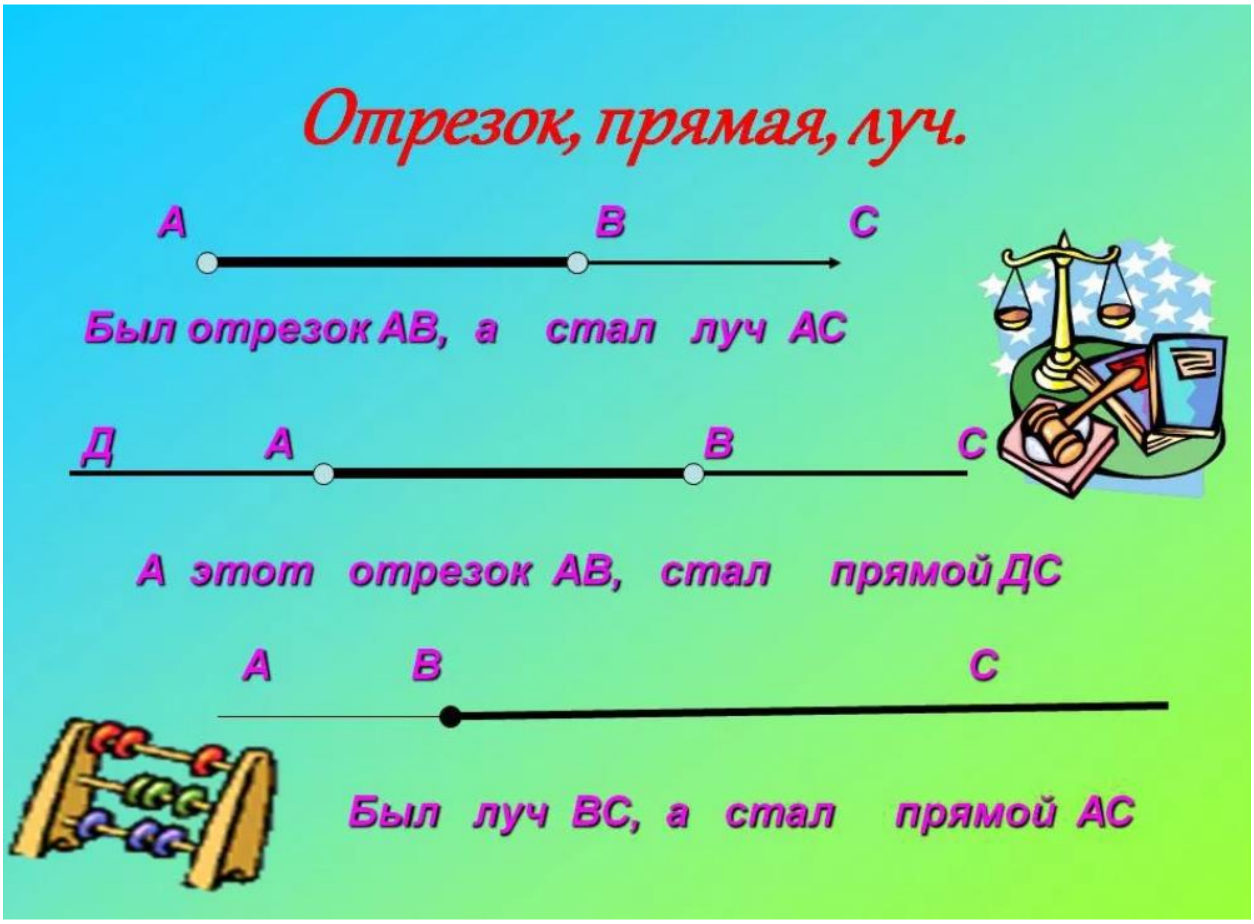


Рисунок 3 – Начальные понятия

“Первичными понятиями в Евклидовой геометрии являются точка, прямая, плоскость и формируются исходные аксиомы относительно этих трёх первичных понятий (Киселев). Однако мы на практике, по необходимости, имеем дело с отрезками.

Поэтому возможно за первичные понятия выбрать точку, отрезок, плоскость (Александров). Тогда аксиомы формулируются относительно этих трёх понятий.”

Таким образом, продемонстрированы два подхода к изложению одного и того же материала. Первый подход взят из знаменитого учебника Киселёва Андрея Петровича, следующий высокому методическому уровню. Другой из известного учебника академика Александрова Александра Даниловича, следующего высокому теоретическому уровню.

2 Использованное ПО

Для создания видеоуроков был использован ряд ПО для записи экрана и демонстрации возможностей работы с геометрическими объектами. Вышеуказанный перечень включает в себя следующие продукты: Geogebra Classic, PTC Mathcad Prime и OBS Studio. Далее чуть детальнее о каждом из них.

2.1 GeoGebra Classic

Развитие системы динамической математики GeoGebra повлияло на появление огромного количества исследований по способам обучения математике, а в частности геометрии. Одним из увлекательных и перспективных направлений в данной области является компьютерный эксперимент и его возможности для обучения геометрии. Компьютерный эксперимент как способ обучения математике описан не в полной мере, но его направленность на преодоление пропасти между теорией и практикой является очевидной. Большое значение в проведении компьютерного эксперимента по геометрии имеет динамический чертёж, как инструмент для построения и доказательства гипотез. Для взаимодействия с динамическими чертежами используется возможности такого программного обеспечения как GeoGebra.

GeoGebra Classic – превосходный математический инструмент для использования на любом уровне образования. Пакет программного обеспечения позволяет строить большое многообразие конструкции из точек, отрезков, векторов, чертить графики функций с последующим варьированием разнообразных параметров, входящих в уравнение, и непосредственно демонстрировать построенные чертежи на полотне. Внедрение Geogebra ведет к повышению эффективности образовательной деятельности. Он доступен на многих языках для огромного количества людей по всему миру совершенно бесплатно. Любой, скачавший данное программное обеспечение, человек может сделать всё, что ему покажется нужным для обучения своих учеников, и им не нужно будет начинать ознакомление с основами геометрии с нуля. Это программное обеспечение является продуктом с открытым исходным кодом, которое позволяет пользователям создавать или адаптировать свой учебный опыт в соответствии с потребностями своих подопечных [4].

GeoGebra Classic помогает пользователю доказать или визуализировать геометрические соотношения. Преимущества данного программного обеспечения включают в себя более чёткие образы у обучающихся, поскольку визуализация концепций имеет огромное значение при рассмотрении различных теорем и доказательств. Данное свойство продукта позволяет рассмотреть все возможные ситуации, перетаскивая вершины во все доступные места или выполнить доказательство методом математической индукции, чтобы показать, что теорема работает для каждого отдельного случая.

Большое количество встроенных инструментов позволит обучающимся изучить многие области математики, и у них будет возможность увидеть, как они взаимосвязаны. Учащиеся могут сформировать своё собственное понимание, строя и изменяя математические конструкции. Кроме того, предустановленные функции позволят учащимся исследовать широкий спектр математических понятий.

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы было использовано программное обеспечение GeoGebra Classic версии 6.0.704.0 (Рисунок 4).

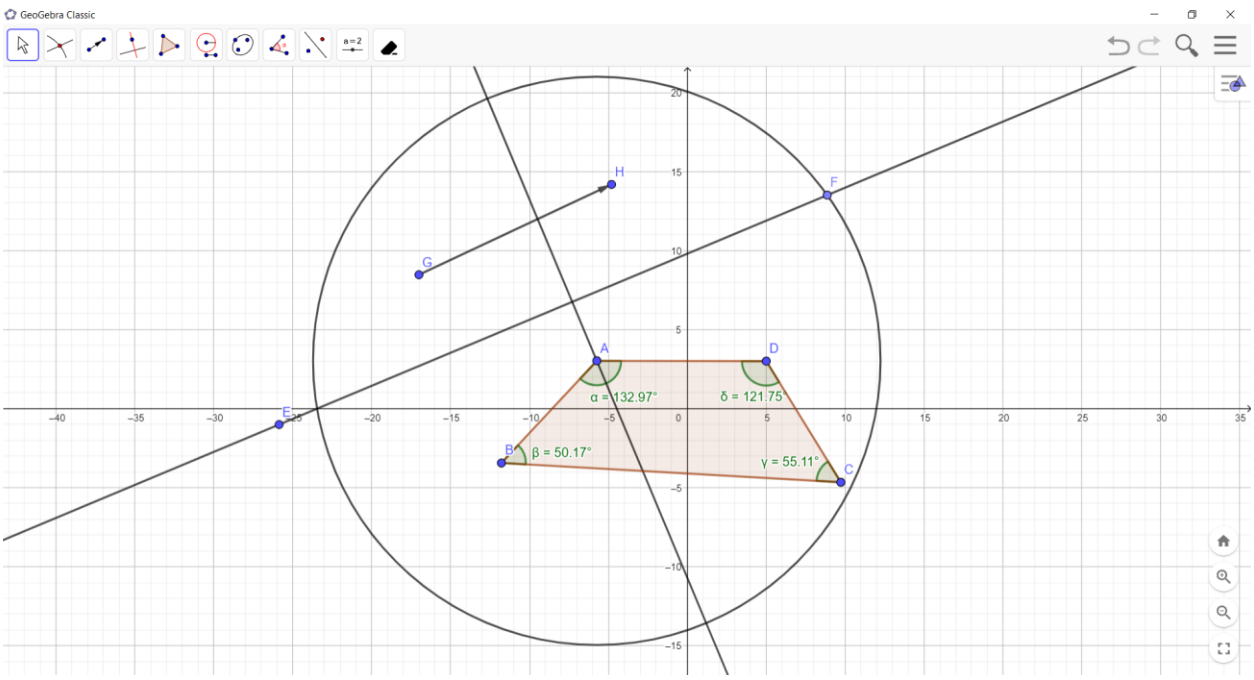


Рисунок 4 – Интерфейс GeoGebra Classic версии 6.0.704.0

2.2 PTC Mathcad Prime

Mathcad является системой компьютерной алгебры, входящей в класс систем автоматизированного проектирования, главная цель которой – подготовка интерактивных документов включающих в себя вычисления и визуальное сопровождение. Главный плюс данного ПО заключается в том, что оно крайне лёгкое в использовании и находит широкое распространение при применения для коллективной работы [5].

Присущие Mathcad отслеживание единиц измерения и стиль ввода для вычислений делают его отличным инструментом для быстрой разработки таблиц результатов. Встроенные модули надежны и помогают устранять расхождения в единицах измерения, которые в обычной программе для работы с электронными таблицами пришлось бы проверять вручную в большинстве случаев. Возможность изменять входные данные и сразу же выполнять перерасчёт также имеет неоценимое значение для создания проекта, который может иметь множество конфигураций, легко и быстро поддающиеся проверке. Это, в свою очередь, позволяет увидеть, как меняются результаты и дизайн.

Возможности форматирования Mathcad позволяют очень легко и быстро создавать документы высочайшего качества. Текст, изображения, верхние и нижние колонтитулы, номера страниц и другие элементы страницы – всё это легко добавлять и корректировать по мере необходимости в пределах расчетного листа.

Хотя программное обеспечение Mathcad, в основном, рассчитано на среднестатистических пользователей, которые далеки от программирования, данная программа также находит использование и в непростых проектах, так как позволяет отображать результаты математического моделирования посредством задействования распределённых вычислений и языков программирования, закрепивших за собой звание “традиционные”. Также Mathcad Prime нередко используется в больших проектах связанных с инженерией, где огромное значение имеет трассируемость и соответствие международным стандартам.

В среде Mathcad по сути отсутствуют графики функций в математическом понимании данного термина. Вместо этого имеется визуализация исходных данных, распределённых в векторах и матрицах (то есть строятся как линии, так и поверхности по точкам с применением интерполяции). Также пользователям предоставляется возможность использования непосредственно функций зависящих от одной или двух переменных для создания графиков или поверхностей (в зависимости от количества переменных). Несмотря на это, механизм визуализации данных в Mathcad значительно уступает таковому в Maple, где достаточно всего лишь знать вид функции, чтобы в последствии осуществить построение графика или поверхности разного уровня сложности.

Mathcad достаточно удобно использовать для обучения, вычислений и инженерных расчётов. Открытая архитектура приложения в сочетании с поддержкой технологий .NET и XML позволяют легко интегрировать Mathcad практически в любые ИТ-структуры и инженерные приложения.

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы было использовано программное обеспечение PTC Mathcad Prime версии 8.0.0.0 (Рисунок 5), которая является последней выпущенной версией на данный момент.

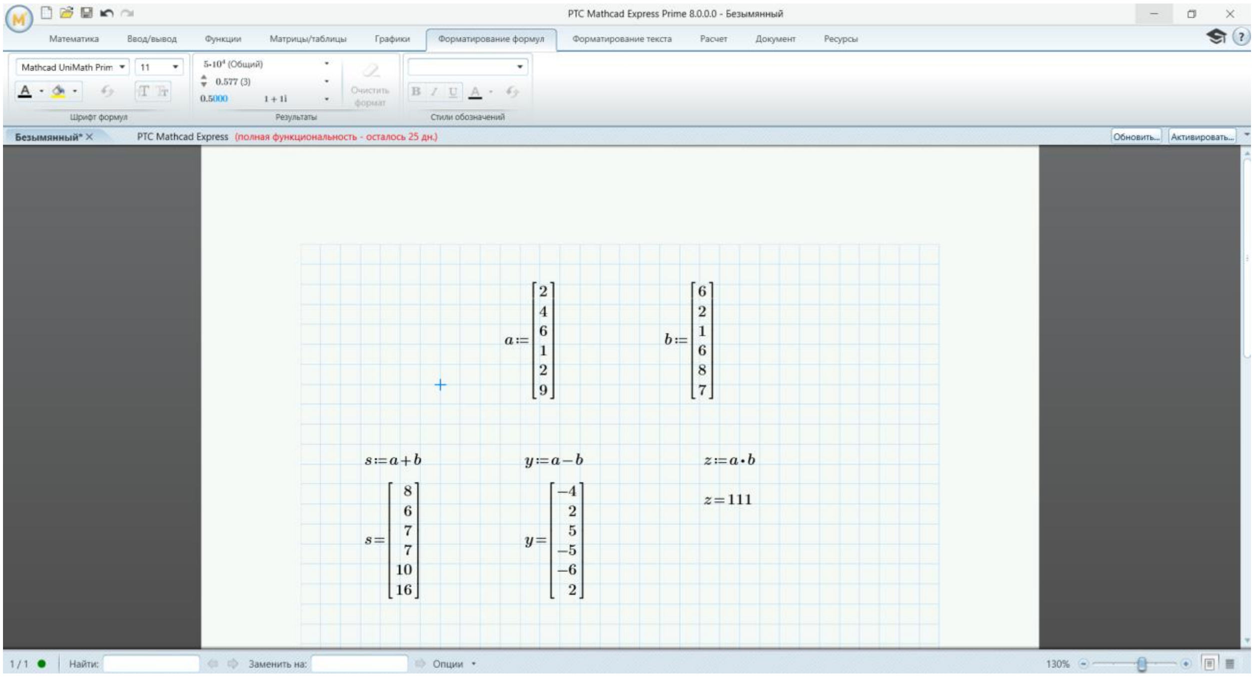


Рисунок 5 – Интерфейс PTC Mathcad Prime версии 8.0.0.0

2.3 OBS Studio

OBS Studio – это бесплатно распространяемое профессиональное программное обеспечение, которое гарантирует высокое качество выполнения таких задач как запись с экрана и потоковое вещание. В отличие от некоторых конкурирующих продуктов, которые выделяются тем, что предоставляют пользователям понятный интерфейс и простые операции, OBS Studio открывает новые возможности благодаря своим расширенным операциям и комплексным интерфейсам. Данный продукт получает смешанные отзывы от своих пользователей: более опытные пользователи считают его самым профессиональным инструментом для записи экрана, в то время как новички долгое время не могут освоиться с ним [6].

OBS Studio является мощным ПО с большим количеством возможностей. Данный продукт практически не снижает производительность других приложений. Среди пользователей распространён миф о том, что свободное программное обеспечение лишено необходимых функций, но данный стереотип не имеет никакого отношения к OSB Studio, поскольку оно было создано, с целью преподнести пользователям самые продвинутые и подробные функции для записи видео или создания потоков.

OBS Studio работает лучше всего, если у вас подключено больше одного монитора, где вы можете следить за работой данной утилиты на одном из них и использовать приложение, по которому осуществляется съёмка или потоковое вещание, на другом (хотя это и не обязательно). В отличие от других приложений, OBS Studio выполняет свою работу в фоновом режиме. Вам также нужно будет указать в настройках программного обеспечения когда начинать запись/потоковое вещание: сразу после запуска приложения или заранее.

Существуют ситуации, когда OBS Studio идеально подходит по сравнению с другими программными решениями. Если вы планируете записать процесс работы с приложением, а затем создать, например, учебное пособие и выложить его в открытый доступ на видеохостинг YouTube, то OBS Studio – отличный вариант.

Вы также можете добавить в свой поток или запись любое количество элементов, включая запись видео с веб-камеры посредством технологии "картинка в картинке", персонализированные водяные знаки и многое другое.

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы было использовано программное обеспечение OBS Studio версии 27.2.4 (Рисунок 6).

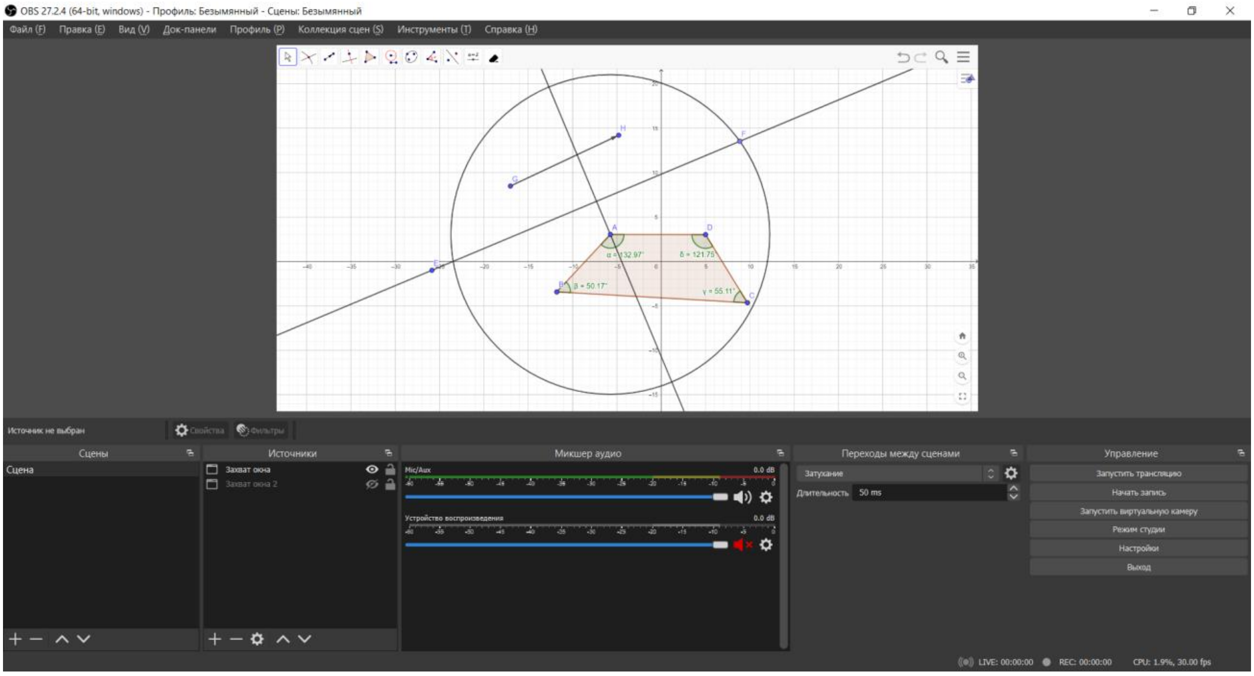


Рисунок 6 – Интерфейс OBS Studio версии 27.2.4

2.4 OpenShot Video Editor

OpenShot Video Editor – это уникальное программное обеспечение для редактирования видео. Оно является очень удобным в использовании и, кроме того, одним из плюсов данной программы можно выделить то, что после выделения звука его можно либо убрать, либо заменить. Ещё одним элементом, который стоит упомянуть, является устройство для “обрезания” лишних кусочков видео – удаление нежелательных сегментов в несколько кликов. Объединение оставшихся элементов видеоролика стало значительно проще и интуитивно понятнее. Также данное программное обеспечение не так требовательно к системе – его можно эффективно использовать с практически любой конфигурацией.

При помощи данного видеоредактора становится возможно за короткое время создать множество видеороликов. Пользователям предоставляется так много функций, которые в свою очередь крайне удобны в использовании. Выходное разрешение созданых видеороликов находится на должном уровне. Для новичков это отличный инструмент для изучения новых творческих приемов в области видеомонтажа. Благодаря быстрым результатам эффективность этого программного обеспечения просто неописуема.

OpenShot Video Editor доступна бесплатно для macOS, Windows и Linux. Приложение является открытым и имеет большое сообщество пользователей, что позволяет легко начать работу и получить помощь при необходимости. Оно позволяет экспортировать конечный продукт в нужный формат файла.

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы было использовано программное обеспечение OpenShot Video Editor версии 2.6.1 (Рисунок 7).

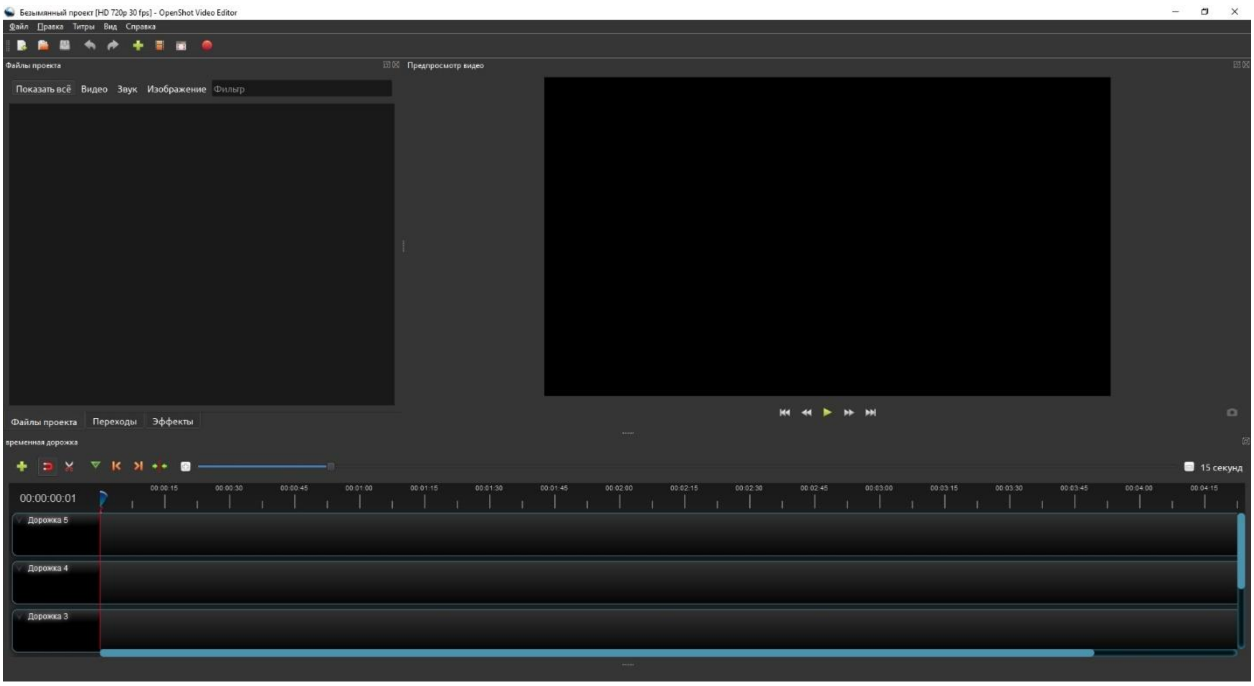


Рисунок 7 – Интерфейс OpenShot Video Editor версии 2.6.1

3 Процесс создания видеоуроков

Процесс создания видеоуроков был разбит на несколько пунктов:

– составить текст видеоуроков,

– записать видеоуроки,

– выложить видеоматериалы в свободный доступ на видеохостинг YouTube,

– предоставить на Интернет-ресурсе Яндекс.Дзен ссылку на видеоуроки.

Ниже приведены тексты видеоуроков.

Данный текст относится к первому видеоуроку по работе с GeoGebra:

“Здравствуйте, уважаемые зрители. Сегодня мы ознакомимся с такой программой как GeoGebra. GeoGebra это бесплатно распространяемое ПО с открытым исходным кодом, которое позволяет работать как с двумерными геометрическими объектами, так и с трёхмерными.

Давайте начнём наше более детальное ознакомление с GeoGebra. Для этого откроем программу и выберем пункт “Геометрия” из всплывающего окна. Как мы видим, появилось чистое полотно на котором можно осуществлять наши построения. Для облегчения дальнейшей работы включим сетку. Чтобы это сделать щёлкнем по панели стиля и выберем пункт “Сетка”. В GeoGebra представлено несколько вариантов сетки для построения фигур в различных координатах, выберем “Клетчатую сетку”. Так же включим оси координат. Щёлкнем ещё раз по панели стиля, чтобы закрыть всплывающее окно. Итак, наше полотно готово для черчения.

В верхнем левом углу мы можем заметить панель инструментов, при помощи которой возможно осуществлять построения любой сложности: от точки на плоскости до взаимного расположения нескольких геометрических объектов. Щёлкнув на любом из элементов панели инструментов открывается список со всеми доступными инструментами в данной вкладке.

Начнём с простого. Щёлкнем по первой вкладке. В данном списке доступны инструменты для перемещения уже построенных объектов, для построения фигур при помощи мышки и для написания заметок на полотне. Построим точку и переместим её в другое место при помощи перетаскивания объектов. Теперь попробуем нарисовать фигуру. Для этого выберем соответствующий инструмент и начертим треугольник. Так же можно рисовать и другие объекты. Последний инструмент в данной вкладке – это карандаш. Опробуем его.

Перейдём к следующей вкладке. Здесь находятся инструменты для построения точек. Так, можно располагать точки на полотне, прикреплять к объектам и откреплять их (построим треугольник и переместим на него точку. Теперь, если мы попытаемся переместить объект, на котором находится точка, то точка переместится вместе с объектом), строить пересечения (построим прямую, которая проходит через построенный ранее треугольник и создадим пересечение этих двух объектов), центр или середину различных объектов (построим точку, которая будет являться серединой стороны нашего треугольника). Последние два инструмента нужны для исследования функций на экстремумы и корни, нам они не понадобятся.

В следующей вкладке располагаются инструменты для построения линий, таких как прямые, отрезки, лучи, вектора и ломанные. Для построения достаточно построить несколько точек, по которым будем построен весь объект. Сейчас я Вам это продемонстрирую. Здесь нет ничего сложного, так что идём дальше.

Следующая вкладка предоставляет нам инструменты для построения прямых, так или иначе находящихся в отношений с другими геометрическими фигурами. При помощи них мы можем начертить биссектрису угла, серединный перпендикуляр, параллельную прямую и так далее. Продемонстрирую это на практике (построим угол и его биссектрису, затем проведём прямую являющуюся параллельной одной из сторон угла).

Остальные инструменты рассмотрим в следующем уроке. На этом я с Вами прощаюсь, спасибо за внимание!”

Данный текст относится ко второму видеоуроку по работе с GeoGebra:

“Здравствуйте, уважаемые зрители. В данном видеоуроке мы разберём оставшиеся инструменты для построения геометрических фигур в GeoGebra. В конце предыдущего урока мы начертили угол, провели биссектрису и построили прямую, параллельную одной из сторон данного угла.

Начнём с построения многоугольников. В GeoGebra можно строить как произвольные многоугольники, так и правильные многоугольники. Для построения произвольного многоугольника надо выбрать “Многоугольник” в соответствующей вкладке и расставить точки данного многоугольника, заканчивая построение в первой выставленной точке. Для построения правильного многоугольника необходимо выбрать “Правильный многоугольник” в данной вкладке, построить одну из сторон будущего многоугольника и задать нужное количество вершин. Таким образом можно получить равносторонний треугольник, квадрат, правильный пятиугольник и так далее. Так же инструментами из этой вкладки можно осуществлять копирование уже построенных многоугольников. Для этого необходимо выбрать нужный вариант копирования и обвести по точкам многоугольник, с которого хотим сделать копию (либо же просто щёлкнуть по внутренней области многоугольника).

Перейдём к следующей вкладке инструментов. Она предназначена для построения окружностей, полуокружностей, дуг и секторов. При этом построение можно осуществить разными способами. Так, окружность можно создать по центру и точке, лежащей на окружности; по центру и радиусу; по отрезку, задающему радиус будущей окружности и по трём точкам. Проверим как работают эти инструменты на практике. Построим отрезок для одного из способов построения и создадим окружность каждым из методов. Помимо окружностей средствами GeoGebra можно так же строить полуокружности по двум точкам, а дуги и сектора сразу несколькими способами. Полуокружность задаётся двумя точками, лежащими на концах диаметра. Дуги и сектора строятся либо по центру и двум точкам, либо по трём точкам. Давайте в этом убедимся. Построим две дуги и два сектора каждым из способов. Исходя из этого можно сделать вывод, что в GeoGebra представлен целый спектр возможностей построения окружностей, дуг и секторов.

Дальше GeoGebra предоставляет нам инструменты для построения коники (или же конического сечения). Сюда включены эллипсы, параболы и гиперболы. Для построения эллипса и гиперболы достаточно указать два фокуса и точку на фигуре, а для построения параболы – точку и директрису (прямую). Для построения произвольной коники достаточно указать пять точек. Построим каждую из данных фигур. На полотне видно построенные фигуры.

Следующая вкладка содержит в себе инструменты для построения углов и измерения свойств фигур, таких как углы, длины сторон/отрезков, расстояние между двумя объектами, наклон прямой относительно оси абсцисс, отношение двух фигур и создание списков объектов. Так же имеется инструмент для исследования функций, но для нас он не представляет особого интереса, так как мы работаем с геометрическими объектами. При помощи инструмента “Угол” можно узнать величину каждого угла в фигуре. Используя инструмент “Расстояние или длина” можно найти периметр многоугольника.

Последняя вкладка, о которой мы поговорим в данном уроке, позволяет осуществлять поворот, перенос и отражение фигур относительно точек, прямых и окружностей. Далее мы рассмотрим как всё это работает на практике.

На этом у меня всё. Благодарю за внимание!”

По данным сценариям были записаны видеоуроки (кадр одного из них представлен на рисунке 8) с использованием приложения для записи экрана OBS Studio, а так же ПО, по которому они и снимались. После записи полученные видеоматериалы подверглись видеообработке в прикладном ПО OpenShot и из “сырого” материала получился готовый видеоурок, который в дальнейшем был выложен в открытый доступ на видеохостинг YouTube. На Интернет-ресурсе Яндекс-дзен была опубликована ссылка на данные видеоуроки. Ниже расположен QR-код на главную страницу Интернет-курса (Рисунок 9).

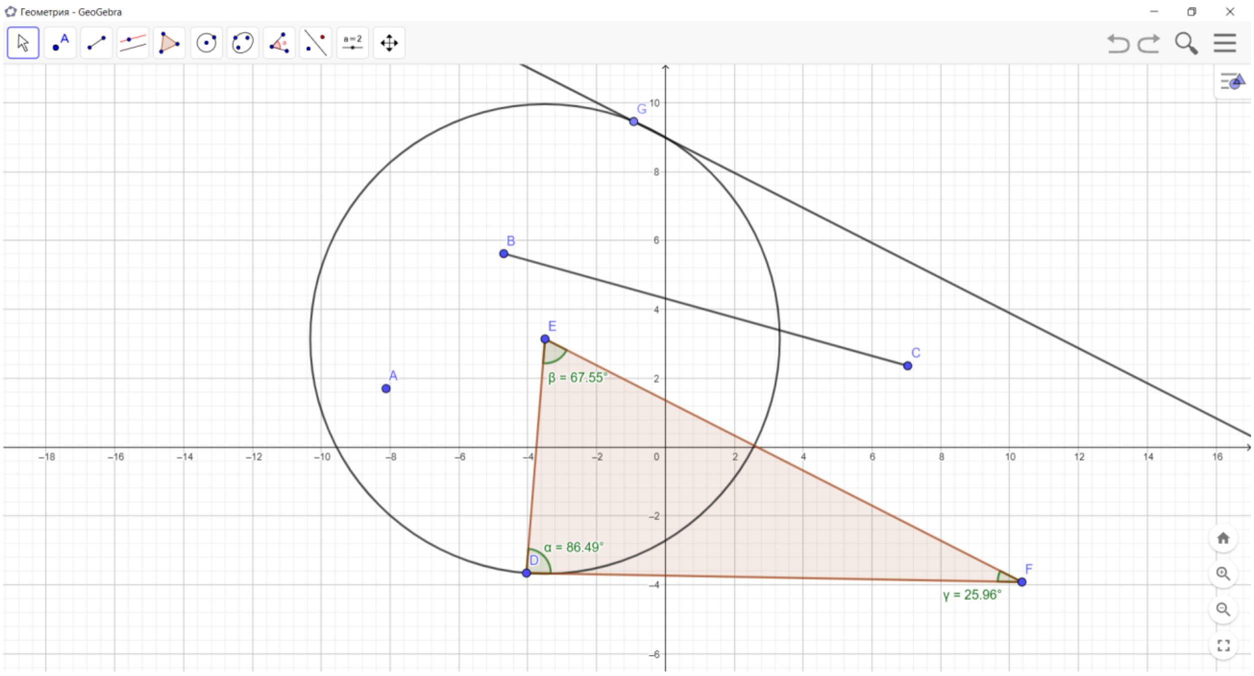


Рисунок 8 – Кадр из видеоурока

Рисунок 9 – QR-код на Интернет-курс
“Учебник – справочник: планиметрия” на основе учебников Киселева А. П. и Александрова А. Д.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения выпускной квалификационной работы был получен объединенный теоретический курс на основе двух учебников (Киселева А.П. и Александрова А.Д.), а также видеоматериалы для соответствующих тем данного курса. Тем самым была достигнута поставленная цель выпускной квалификационной работы. Осуществлена впервые попытка механического объедения двух противоположных подхода к обучению, на основе высокого методического уровня (ВМУ) учебник Киселёва Андрея Петровича и высокого теоретического уровня (ВТУ) учебника Александрова Александра Даниловича.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Киселев А. П. Геометрия / Под ред. Н. А. Глаголева. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 328 с.
2. Геометрия : Учеб. для 7–9 кл. общеобразоват. учреждений / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик. – 3-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2003. – 272 с.: ил.
3. Геометрия. Методические рекомендации. 10–11 классы : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / [А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик, Л. П. Евстафьева]. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2017. – 144 с.: ил.
4. GeoGebra Reviews 2022: Details, Pricing, & Features | G2 URL: https://www.g2.com/products/geogebra/reviews (дата обращения: 21.06.2022)
5. Mathcad Prime Reviews 2022: Details, Pricing, & Features | G2 URL: https://www.g2.com/products/mathcad-prime/reviews#survey-response-700781 (дата обращения: 21.06.2022)
6. OBS Review: The Most Powerful Streaming and Recording Tool URL: https://www.recmaster.net/how-to/obs-studio-review (дата обращения: 21.06.2022)

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Выдержки из учебников Киселёва Андрея Петровича и Александрова Александра Даниловича

Прямая линия

4. Прямая линия. Самой простой линией является прямая. Представление о прямой линии, или просто о прямой, всем хорошо знакомо. Представление о ней дает туго натянутая нить или луч света, выходящий из малого отверстия. С этим представлением согласуется следующее основное свойство прямой:

Через всякие две точки пространства можно провести прямую и притом только одну.

Из этого свойства следует:

Если две прямые наложены одна на другую так, что какие-нибудь две точки одной прямой совпадают с двумя точками другой прямой, то эти прямые сливаются и во всех остальных точках (потому что в противном случае через две точки можно было бы провести две различные прямые, что невозможно).

По той же причине ***две прямые могут пересечься только в одной точке.***

Прямая линия может лежать на плоскости. При этом плоскость обладает следующим свойством:

Если на плоскости взять какие-нибудь две точки и провести через них прямую линию, то все точки этой прямой будут находиться в этой плоскости.

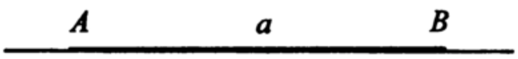


Рис. 1

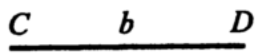


Рис. 2

5. Неограниченная прямая; луч; отрезок. Если прямую представляют продолженной в обе стороны бесконечно, то ее называют **бесконечной** (или **неограниченной**) прямой.

Прямую обозначают обыкновенно двумя большими буквами, поставленными у двух каких-либо ее точек. Так, говорят: «прямая AB» или «BA» (рис. 1).

Часть прямой, ограниченная с обеих сторон, называется **отрезком прямой**; отрезок обыкновенно обозначается двумя буквами, поставленными у его концов (отрезок CD, рис. 2). Иногда прямую или отрезок прямой обозначают и одной буквой (малой); например, говорят: «прямая a, отрезок b» и т. п.

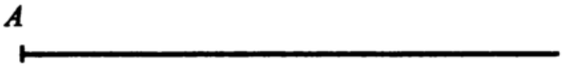


Рис. 3

Рисунок А.1 – Часть 1 из учебника Киселева А. П.

Для краткости вместо «отрезок прямой» мы будем часто говорить просто «отрезок».

Иногда рассматривают прямую, ограниченную только с одной стороны, например в точке A (рис. 3). О такой прямой говорят, что она исходит из точки A; ее называют **лучом** (или **полупрямой**).

6. Равенство и неравенство отрезков. ***Два отрезка равны, если они могут быть наложены один на другой так, что их концы совпадут.*** Положим, например, что мы накладываем отрезок AB на

Рис. 4

отрезок CD (рис. 4) так, чтобы точка A совпала с точкой C и чтобы прямая AB пошла по прямой CD, если при этом концы B и D совпадут, то отрезки AB и CD равны; в противном случае отрезки будут не равны, причем меньшим считается тот, который составит часть другого.

Чтобы на какой-нибудь прямой отложить отрезок, равный данному отрезку, употребляют **циркуль** — прибор, известный учащимся из опыта.

Рисунок А.2 – Часть 2 из учебника Киселева А. П.

7. Сумма отрезков. Суммой нескольких данных отрезков AB, CD, $EF, \ldots$ (рис. 5) называется такой отрезок, который получится следующим образом. На какой-нибудь прямой берем произвольную

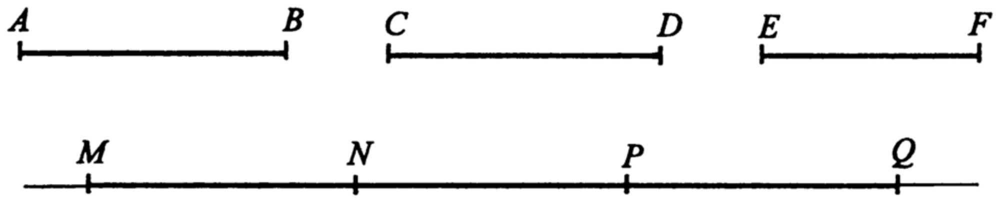


Рис. 5

точку M и откладываем от нее отрезок MN, равный AB, затем от точки N в том же направлении откладываем отрезок NP, равный CD, и отрезок PQ, равный EP. Тогда отрезок MQ и будет суммой отрезков AB, CD и EF (которые по отношению к этой сумме называются слагаемыми). Подобным образом можно получить сумму какого угодно числа отрезков.

Сумма отрезков обладает всеми свойствами суммы чисел; так, она не зависит от порядка слагаемых (*переместительный закон*) и не изменяется, если некоторые слагаемые будут заменены их суммой (*сочетательный закон*). Так:

$$AB + CD + EF = AB + EF + CD = EF + CD + AB = \ldots$$

и

$$AB + CD + EF = AB + (CD + EF) = CD + (AB + EF) = \ldots.$$

Рисунок А.3 – Часть 3 из учебника Киселева А. П.

8. Действия над отрезками. Из понятия о сумме выводятся понятия о разности отрезков, умножении и делении отрезков на отвлеченное число. Так, разность отрезков AB и CD (если $AB > CD$) есть такой третий отрезок, сумма которого с CD равна AB; произведение отрезка AB на число 3 есть сумма трех отрезков, из которых каждый равен AB; частное от деления отрезка AB на число 3 есть третья часть AB и т. п.

Если данные отрезки измерены какой-нибудь линейной единицей (например, сантиметром), и длины их выражены соответствующими числами, то длина суммы отрезков выразится суммой чисел, измеряющих эти отрезки, разность выразится разностью чисел и т. д.

Рисунок А.4 – Часть 4 из учебника Киселева А. П.

2 Отрезок. Луч. Прямая

2.1 **Отрезок.** Мы начинаем изучение геометрии с рассмотрения простейших фигур. Самая простая фигура — **точка**. Точки обозначают прописными латинскими буквами: A, B, C, ... **Каждые две точки соединяет отрезок, и притом только один.** Отрезок, соединяющий две точки A и B, будем обозначать AB или BA (рис. 11, а). Точки A и B называются **концами** отрезка AB. Отрезки можно обозначать и одной строчной латинской буквой: a, b, c, ... Отрезки проводят по линейке (рис. 11, б) или вдоль натянутой веревки (вспомните о египетских «веревковязателях») (рис. 12).

О точках отрезка, не являющихся его концами, говорят, что они лежат внутри отрезка или что они являются **внутренними** точками отрезка. Например, точка C на рисунке 13 лежит внутри отрезка AB. В этом случае говорят и так: точка C **лежит между** точками A и B. Это же можно сказать иначе: **отрезок AB проходит через точку C.**

Если точка C лежит внутри отрезка AB, то она делит его на отрезки AC и CB, или, как еще говорят, **разбивает AB на отрезки AC и CB.** В этом случае отрезок AB яв-

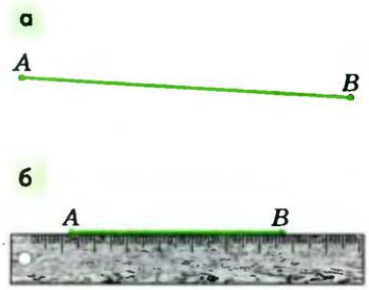


Рис. 11

Рис. 12

Рисунок А.5 – Часть 1 из учебника Александрова А. Д.

Рис. 13

ляется объединением отрезков AC и CB, а точка C — единственная общая точка отрезков AC и CB.

Если два отрезка имеют две общие точки, то их объединением является отрезок (**рис. 14, а**). Это утверждение говорит о том, что если через две точки провести несколько отрезков, то они вместе образуют один отрезок (**рис. 14, б**). Практический пример: соединив двумя болтами две рейки, получим более длинную рейку (**рис. 15**).

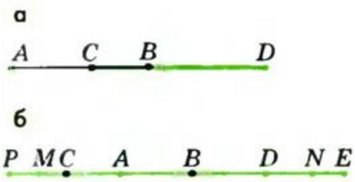


Рис. 14

2.2 Луч. Содержание предыдущего пункта связано с первым постулатом Евклида. Во втором постулате Евклида говорится о возможности продолжения отрезка по прямой (см. с. 8). Такое построение приходится выполнять, если линейка короткая, а начертить надо длинный отрезок на большом листе бумаги или на классной доске. Продолжают отрезки при проведении больших отрезков на местности с помощью приема, который называется **провешиванием прямой.** В исходной точке A один человек ставит первую веху (длинный шест, палку) и смотрит в том направлении, в котором надо провести отрезок. Другой человек ставит в том же направлении следующую веху в какой-то точке B (**рис. 16**). Потом он же ставит третью веху в некоторой точке C так, чтобы вторая веха закрывала третью от взгляда первого человека. В этом случае отрезок AC получается продолжением отрезка AB за точку B, а отрезок AB является частью отрезка AC. Затем это построение можно продолжать дальше за точку C и т. д. Таким способом построения отрезков на местности часто пользуются геодезисты, да и просто люди, которым надо огородить большой участок земли.

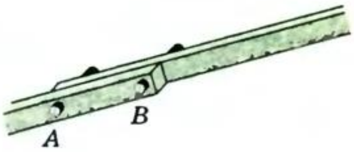
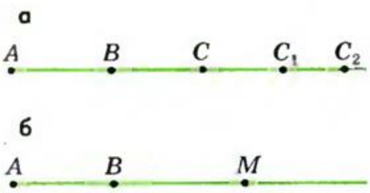


Рис. 15

Если же мысленно представить себе неограниченное продолжение отрезка AB за точку B, то в результате получим **луч** AB с началом в точке A, идущий через точку B (**рис. 17, а**).

Эти наглядные представления с помощью знакомых нам терминов можно описать так: **луч AB — это объединение всех отрезков AM, содержащих точку B (рис. 17, б).**

Вспомните, что слово *луч* мы употребляем, говоря «солнечный луч», «луч прожектора», «луч лазера» и т. п.



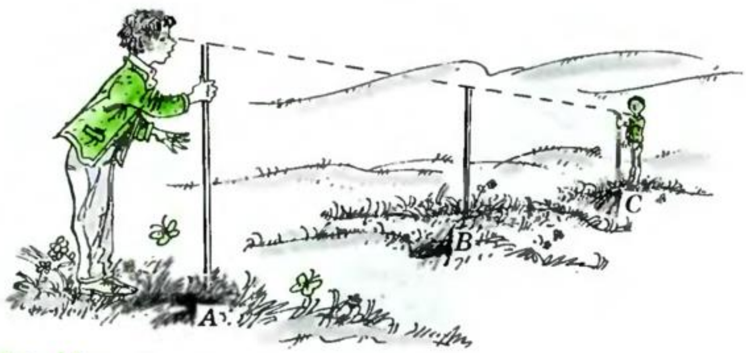


Рисунок А.6 – Часть 2 из учебника Александрова А. Д.

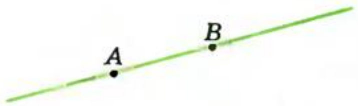


Рис. 18

2.3 Прямая. Мы получили луч, мысленно неограниченно продолжая отрезок за один из его концов. Если же мысленно неограниченно продолжать отрезок за оба его конца, то получим **прямую** (*рис. 18*). Можно сказать так: **прямая *AB* — это объединение всех отрезков, содержащих точки *A* и *B*.**

Всякая прямая задается любыми двумя своими точками, а именно **через каждые две точки проходит прямая, и притом только одна.**

Поэтому две прямые могут иметь не больше чем одну общую точку. Если две прямые имеют общую точку, то они называются **пересекающимися**, а их общая точка называется их точкой пересечения (*рис. 19*).

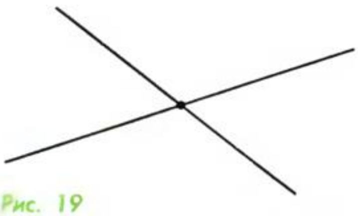


Рис. 19

Каждая точка, лежащая на прямой, разбивает эту прямую на два луча, имеющие эту точку своим началом (*рис. 20*). Поэтому луч называют также **полупрямой**.

Каждая прямая, лежащая на плоскости, разбивает эту плоскость на две **полуплоскости** (*рис. 21, а*). Для обеих полуплоскостей эта прямая называется граничной прямой или, короче, **границей**. Граничную прямую относят к каждой из полуплоскостей.

О двух точках, лежащих в одной полуплоскости (но не на граничной прямой), говорят, что они лежат по одну сторону от ее границы (*рис. 21, б*). В таком случае отрезок, соединяющий эти точки, не пересекает границу полуплоскости (*рис. 21, в*).

Рис. 20

О двух точках плоскости, лежащих в разных ее полуплоскостях с общей границей (но не на их границе), говорят, что они лежат по разные стороны от этой границы (*рис. 21, г*). Отрезок, соединяющий эти точки, пересекает общую границу полуплоскостей (*рис. 21, д*).

2.4 О происхождении понятий «плоскость», «прямая», «точка». Среди геометрических фигур плоскости и прямые играют особую роль. Плоскости и прямые — неограниченные фигуры. Поэтому если мы говорим, что лист бумаги имеет форму прямоугольника, а кирпич — форму прямоугольного параллелепипеда, то таких реальных предметов, о которых можно сказать, что они имеют форму плоскости или форму прямой, не существует. (Строго говоря, нельзя нарисовать прямую.) Как пришли к понятиям плоскости и прямой, мы попытаемся пояснить.

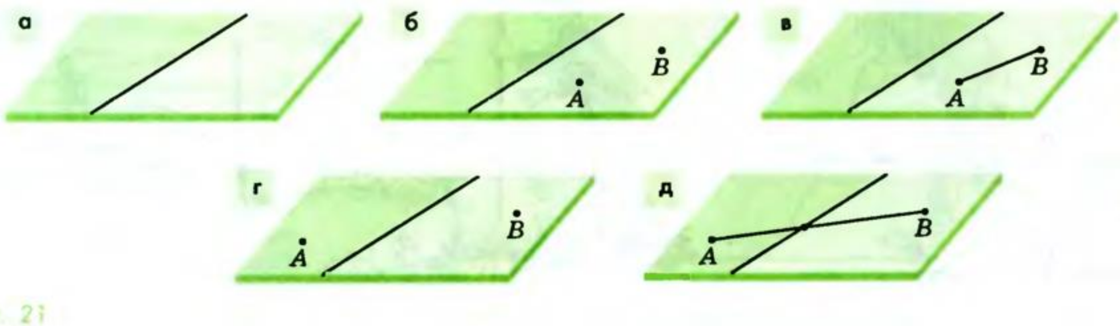


Рис. 21

Рисунок А.7 – Часть 3 из учебника Александрова А. Д.

Рис. 22

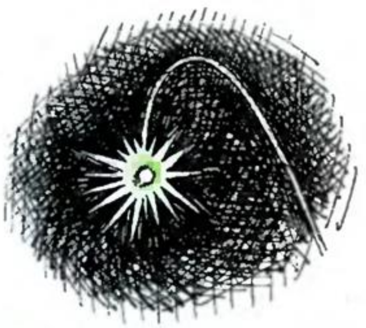


Рис. 23

Каждый реальный предмет имеет протяженность в пространстве. Обычно говорят о протяженности в трех направлениях: в длину, ширину и высоту. Но случается так, что нас интересуют только две величины: длина и ширина. Высота (толщина) нас может не интересовать. Например, вам в данный момент не интересна толщина тетрадного листа. В тех случаях, когда мы отвлекаемся от высоты реального предмета, то называем его плоским. Размышляя о плоских предметах, представляя их неограниченными, геометры пришли к понятию плоскости. Наглядное представление о плоскости можно получить, разглядывая поверхность стола, стены и т. д. и воображая их неограниченно продолженными во все стороны.

На практике проверить, что поверхность какого-то предмета плоская, можно с помощью линейки: если, прикладывая линейку к поверхности во всевозможных направлениях, мы нигде не получим зазора, значит, поверхность плоская (*рис. 22*).

Может случиться так, что нас не будет интересовать ни высота, ни ширина реального предмета. Например, когда мы отправляемся в дорогу, то нас интересует ее длина, но отнюдь не ширина. Мысленным образом реального предмета, в котором нас интересует только длина, является линия. Наглядное представление о линии можно получить, разглядывая кусок проволоки. Линию рисует карандаш (если его не отрывают от бумаги), или конек фигуриста (не отрывающийся ото льда), или светящаяся ракета во время фейерверка (*рис. 23*), или планеты и звезды при движении по небесной сфере и т. д. Самой простой и основной линией является отрезок. Размышляя об отрезках, представляя их неограниченными, геометры пришли к понятию прямой. Наглядное представление о прямой можно получить, глядя на линию горизонта или на уходящий в обе стороны рельс железной дороги.

И наконец, нас может не интересовать даже и длина реального предмета, а не только его высота и ширина. Например, когда мы говорим о расстоянии между звездами, то пренебрегаем всеми размерами звезды, хотя они и громадны. Размышляя о таких реальных предметах, размерами которых можно пренебречь, геометры пришли к понятию точки. Наглядное представление о точке можно получить, глядя на след от ножки циркуля на листе бумаги.

1. Какая разница между лучом и прямой?
2. Сколько прямых можно провести через две точки?
3. Какие прямые называются пересекающимися?
4. Как на земле начертить отрезок?

Рисунок А.8 – Часть 4 из учебника Александрова А. Д.

3 Действия над отрезками

Рис. 24

3.1 Равенство отрезков. Откладывание отрезков. Сравнивая длины двух предметов, их часто прикладывают друг к другу или кладут один на другой. Если их концы при этом совпадают, то предметы равны по длине *(рис. 24)*. Отвлекаясь от толщины таких предметов и других их свойств, представляем их себе как отрезки и говорим: «Два отрезка равны, если один из них можно наложить на другой так, чтобы они совпали».

Равенство отрезков AB и CD обозначают так: $AB = CD$.

На рисунках равные отрезки отмечаются одинаковым числом поперечных черточек *(рис. 25)*.

Но не всегда предметы можно сравнивать, прикладывая их друг к другу. Невозможно, например, приложить друг к другу два края одного стола. Что делать в этом случае? Их можно сравнить с третьим предметом, лучше всего с линейкой, но можно обойтись бечевкой и т. п. И если окажется, что длины двух предметов равны длине третьего предмета, то их длины равны. Как сказано в первой аксиоме Евклида, равные одному и тому же равны и между собой. Для отрезков эта аксиома говорит о таком свойстве равенства отрезков:

Аксиома *(сравнения отрезков)*. **Два отрезка, равные третьему, равны.**

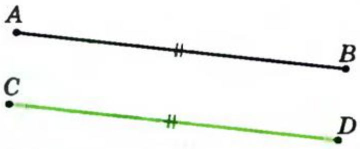


Рис. 25

Как получить отрезки, равные данному? Такую задачу часто приходится решать для реальных предметов: например, заготовить одинаковые доски, трубы и т. п. Во всех таких случаях от длинных предметов отпиливаются, отрезаются предметы нужной длины *(рис. 26)*. А для этого к длинному предмету (например, к доске) прикладывают предмет нужной длины и смотрят, чтобы их начала совпали.

Рисунок А.9 – Часть 5 из учебника Александрова А. Д.

Рис. 26

Если от предметов снова перейти к отрезкам, то придем к следующему построению равных отрезков. Пусть заданы луч a с началом A и отрезок CD. **Отложить на луче a от точки A отрезок, равный отрезку CD,** — это значит указать на луче a такую точку B, что отрезок AB будет равен CD **(рис. 27)**. Это построение можно себе представить так: CD как бы переносится на луч a, причем одним из его концов становится точка A. О возможности построения говорится в аксиоме откладывания отрезка.

Аксиома (откладывания отрезка). **На каждом луче от его начала можно отложить отрезок, равный данному, и притом только один.**

Откладывать отрезки, равные заданным отрезкам, мы будем с помощью циркуля.

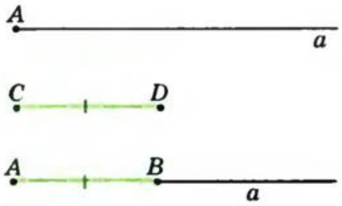


Рис. 27

3.2 Сравнение отрезков. Вспомните, как вы меряетесь ростом **(рис. 28)**. Примерно так же сравнивают два любых отрезка.

Возьмем два отрезка a и b. Отложим равные им отрезки на одном луче от его начала O. Получим отрезки $OA=a$ и $OB=b$ **(рис. 29)**.

Возможны три случая положения точек A и B:

1. Точки A и B совпадут **(рис. 30, а)**. Тогда OA и OB — это один отрезок, а отрезки a и b равны ему. Значит, по аксиоме сравнения отрезков они равны: $a=b$.

2. Точка B лежит внутри OA **(рис. 30, б)**. Тогда говорят, что **отрезок b меньше отрезка a** (или, что то же самое, что **отрезок a больше отрезка b**).

Обозначается это так: $b<a$ ($a>b$).

3. Точка A лежит внутри отрезка OB **(рис. 30, в)**. Тогда говорят, что отрезок a меньше отрезка b (или что b больше a).

Обозначения: $a<b$ ($b>a$).

Рис. 28

3.3 Сложение и вычитание отрезков. На практике часто приходится «складывать отрезки». Например, когда кладут рельсы железной дороги, сваривают трубы газопровода и т. п. **(рис. 31)**. Такие реальные «отрезки» последовательно прикладывают друг к другу, составляя из них один «отрезок». Соответственно в теории отрезки складываются так.

Пусть даны, например, три отрезка a, b, c **(рис. 32, а)**. Возьмем луч l с началом O **(рис. 32, б)**. Отложим на луче l от точки O отрезок $OA=a$, затем в ту же сторону отложим отрезок $AB=b$ и, наконец, в ту же сторону отложим отрезок $BC=c$. Такое построение называется **сложением отрезков** a, b, c. Сами отрезки a, b, c называются слагаемыми, а полученный отрезок OC называется их **суммой**. Говорят, что **отрезок OC составлен из отрезков OA, AB, BC.**

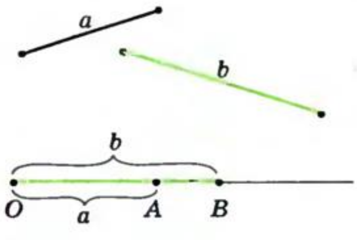


Рис. 29

Рисунок А.10 – Часть 6 из учебника Александрова А. Д.

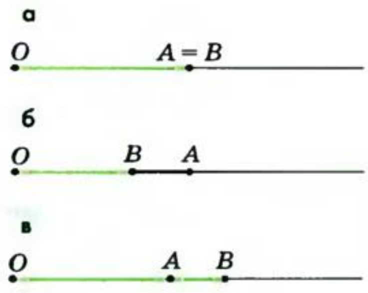


Рис. 30

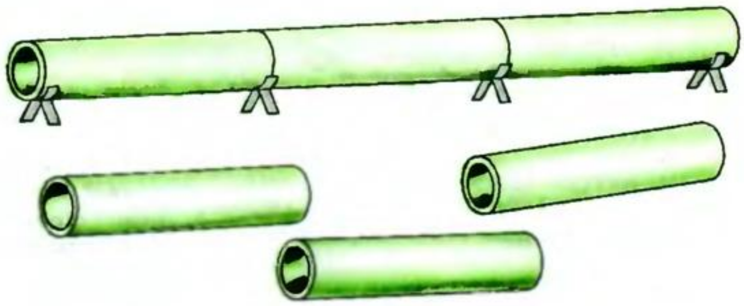


Рис. 31

Пишут: $OC = OA + AB + BC$ или $OC = a + b + c$.

При сложении отрезков a, b, c мы брали некоторый луч l. А если взять другой луч m и на нем построить сумму отрезков a, b, c, отложив $O_1A_1 = a$, $A_1B_1 = b$, $B_1C_1 = c$ (**рис. 32, в**)? Мы получим в сумме отрезок O_1C_1. Будет ли он равен OC? Да, будет!

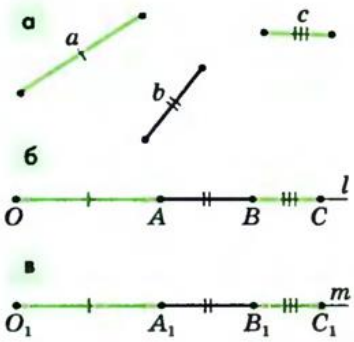


Рис. 32

Как говорится во второй аксиоме Евклида, и если к равным прибавляются равные, то и целые будут равны. Для отрезков эта аксиома говорит о таком *свойстве сложения отрезков*: **отрезки, составленные из соответственных равных отрезков, равны.**

Рассмотрим **рисунок 33**. На нем точка C разбивает отрезок AB на отрезки AC и CB. Сейчас мы можем записать, что $AB = AC + CB$.

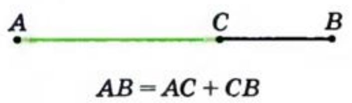


Рис. 33

Часто приходится складывать равные отрезки. Например, если отрезок $p = a + a + a$, то пишут: $p = 3a$. Вообще если складывают n отрезков, равных отрезку a, то их сумма

$$\underbrace{a + a + \ldots + a}_{n \text{ раз}} = na.$$

Отрезки, как и числа, можно не только складывать, но и вычитать. **Разность отрезков** a и b — это такой отрезок c, что $c + b = a$.

Разность отрезков a и b можно найти так. На отрезке AB, равном данному отрезку a, откладываем отрезок AC, равный отрезку b. Отрезок CB и будет разностью $a - b$ (**рис. 34**).

Понятно, чтобы отрезок b можно было вычесть из отрезка a, надо, чтобы b можно было отложить на a, т. е. чтобы отрезок b был меньше отрезка a.

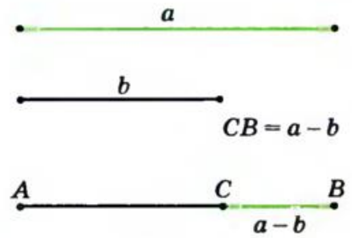


Рис. 34

3.4 Деление отрезка на равные части. Посмотрите на вашу линейку с делениями: она разделена на равные отрезки. Например, линейка в 25 см разделена на 25 равных отрезков длиной 1 см. Каждый из этих отрезков равен $\frac{1}{25}$ всей линейки.

Вообще если в отрезке b отрезок a укладывается n раз, то $b = na$ и $a = \frac{1}{n}b$.

Рисунок А.11 – Часть 7 из учебника Александрова А. Д.

СПРАВКА

Кубанский Государственный университет

о результатах проверки текстового документа
на наличие заимствований

ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНА В СИСТЕМЕ АНТИПЛАГИАТ.ВУЗ

Автор работы: Ралко Артем Александрович
Самоцитирование рассчитано для: Ралко Артем Александрович
Название работы: ИНТЕРНЕТ-КУРС "УЧЕБНИК – СПРАВОЧНИК: ПЛАНИМЕТРИЯ" НА ОСНОВЕ УЧЕБНИКОВ КИСЕЛЕВА А.П. И АЛЕКСАНДРОВА А.Д. С ПРИМЕНЕНИЕМ MATHCAD И GEOGEBRA
Тип работы: Выпускная квалификационная работа
Подразделение: ФКТиПМ, кафедра анализа данных и искусственного интеллекта

РЕЗУЛЬТАТЫ

ОТЧЕТ О ПРОВЕРКЕ КОРРЕКТИРОВАЛСЯ: НИЖЕ ПРЕДСТАВЛЕНЫ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ ДО КОРРЕКТИРОВКИ

ЗАИМСТВОВАНИЯ	24.79%	ЗАИМСТВОВАНИЯ	24.79%
ОРИГИНАЛЬНОСТЬ	70.35%	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ	70.35%
ЦИТИРОВАНИЯ	4.86%	ЦИТИРОВАНИЯ	4.86%
САМОЦИТИРОВАНИЯ	0%	САМОЦИТИРОВАНИЯ	0%

ДАТА ПОСЛЕДНЕЙ ПРОВЕРКИ: 23.06.2022

ДАТА И ВРЕМЯ КОРРЕКТИРОВКИ: 23.06.2022 09:53

Модули поиска: ИПС Адилет; Библиография; Сводная коллекция ЭБС; Интернет Плюс; Сводная коллекция РГБ; Цитирование; Переводные заимствования (RuEn); Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu); Переводные заимствования по Интернету (EnRu); Переводные заимствования издательства Wiley (RuEn); eLIBRARY.RU; СПС ГАРАНТ; Модуль поиска "КубГУ"; Медицина; Диссертации НББ; Перефразирования по eLIBRARY.RU; Перефразирования по коллекции издательства Wiley; Патенты СССР, РФ, СНГ; СМИ России и СНГ; Кольцо вузов; Издательство Wiley; Переводные заимствования

Работу проверил: Калайдина Галина Вениаминовна

ФИО проверяющего

Дата подписи:

Подпись проверяющего

Чтобы убедиться
в подлинности справки, используйте QR-код,
который содержит ссылку на отчет.