МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

**«КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**(ФГБОУ ВО «КубГУ»)**

**Кафедра педагогики и методики начального образования**

|  |
| --- |
| Рег. № \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Оценка по результатам  защиты \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  Секретарь комиссии  \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2018 г. |

**курсовая РАБОТА**

**ПРОПЕДЕВТИКА ПОНЯТИЯ «ФУНКЦИЯ» В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ**

Работу выполнила \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А.В. Одинцова

(подпись, дата)

Факультет педагогики, психологии и коммуникативистики, III курса ОФО

Направление 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность профиль «Начальное образование»

Научный руководитель

преподаватель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А.В. Карпенко

(подпись, дата)

Нормоконтролер

канд. пед. наук, доцент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Б.В. Сергеева

(подпись, дата)

Краснодар 2018

СОДЕРЖАНИЕ

Введение…………………………………………………………………………...3

1 Научное обоснование формирования основных математических представлений у учащихся начальных классов в подготовительный период………………………………………………………………………….....5

1.1 Математические понятия и их характеристики……………………..……..5

1.2 Математические представления учащихся начальных классов в пропедевтический период………………………………………………………...7

2 Пропедевтика функциональной зависимости в курсе математики начальной школы……………………………………………………………………………..18

2.1 Теоретические основы функции…………………………..………………18

2.2 Функциональная пропедевтика в начальном курсе математики.………..19

2.3 Виды упражнений ……………………………………………………….....32

Заключение…………………………………………………………………….…39

Список использованных источников…………………………………………...41

ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность исследования** заключается в овладение математическими понятиями, требующими от ребенка достаточно высокого уровня развития таких процессов логического мышления: как анализ, синтез, обобщение, сравнение.

Специальные исследования В.А. Крутецкого показали, что для творческого овладения математикой или учебным предметом необходима способность к формализованному восприятию математического материала, способность к быстрому и широкому обобщению математических объектов, отношений, действий, гибкость мыслительных процессов, способность к быстрой перестройке направленности мыслительного процесса, математическая память (обобщенная память на математические отношения, методы решения задач, принципы подхода к ним).

Проблемой формирования математических представлений младших школьников в пропедевтический период занимались следующие ученые и учителя: Ж.И. Шиф, кандидат педагогических наук В.Е. Турчинская, М.Н. Перова, Л.М. Фридман, М.Б. Истомина, научные исследования которых, описаны в их работах.

**Проблема исследования**: в определении, какие пропедевтические представления, способствующие изучению функции, необходимо формировать у учащихся в начальной школе, а так же какие виды упражнений способствуют формированию математических представлений, необходимых в дальнейшем для изучения темы «Функция».

**Цель исследования:** научно обосновать значимость формирования математических представлений младших школьников в пропедевтический период.

**Объект исследования:** процесс обучения математике в начальной школе.

**Предмет исследования:** функциональная пропедевтика преподавания на уроках математики в начальной школе.

**Гипотеза исследования:** возможно, если в начальной школе выполнять упражнения пропедевтического характера, то усвоение учащимися в дальнейшем понятия функции и способов ее задания будет успешным.

**Задачи исследования:**

1. Изучить и проанализировать педагогическую и методическую литературу по исследуемой проблеме.

2. Определить какие виды упражнений формируют необходимые математические представления в пропедевтический период.

**Методы исследования:** теоретический анализ научно – педагогической литературы по теме исследования; изучение передового педагогического опыта.

1 Научное обоснование формирования основных математических представлений у учащихся начальных классов в подготовительный период

* 1. Математические понятия и их характеристики

«Что такое понятие? Вопрос кажется тривиальным, так как в повседневной жизни, в практической работе и в процессе обучения и детей, и студентов все мы оперируем тем или иным термином, не задумываясь над его содержанием, т. е. обозначаемым им понятием. Собеседования со студентами старших курсов педагогических институтов, с учителями школ, молодыми преподавателями вузов показали, что большинство из них не могут раскрыть содержания термина. И не удивительно, так как ни в средней школе, ни в высших учебных заведениях в каких-либо учебных курсах специально этот вопрос не рассматривается. Многие оперируют данным термином, полагая содержание его само собою разумеющимся. В действительности вопрос о сущности понятия очень сложный. Нет ещё единого мнения среди философов, психологов и логиков по вопросу о том, что же такое понятие.

Известно более 30 попыток дать определение понятия. Крупный венгерский логик Б. Фогарши в учебнике «Логика» даёт 34 определения понятий» [19].

В. И. Ленин в «Философских тетрадях» определял понятие как «Высший продукт мозга, высшего продукта материи». Ф. Энгельс отмечал, что понятия – это «…результаты, в которых обобщаются данные опыта».

Ряд логиков рассматривает понятия как форму мышления. Например, логик М. С. Строгович определяет понятие как: «Форму мышления, отражающую и фиксирующую существенные признаки вещей и явлений объективной действительности». Логик В. Ф. Асмус определяет понятие как: «Мысль о предмете, выделяющую в нем существенные признаки». К. С. Бакрадзе определяет понятие как: «Мысль, отражающую существенные признаки предмета».  По Е. К. Войшвилло, понятие есть: «Мысль, представляющая собой результат обобщения (и выделения) предметов или явлений того или иного класса по более или менее существенным (а потому и общим для этих предметов и в совокупности специфическим для них, выделяющим их из множества других предметов и явлений) признакам».

В «Логическом словаре – справочнике» Н. И. Кондаков даёт следующую характеристику понятия: «Высшая ступень мышления достигается в форме понятия, которое есть целостная совокупность суждений, ядром которой являются суждения о существенных признаках, свойствах исследуемого объекта». При этом он ссылается на следующее замечание В. И. Ленина в «Философских тетрадях»: «Образование (абстрактных) понятий и операции с ними уже включают в себя представление, убеждение, сознание закономерности объективной связи мира».

Между философами и логиками идёт спор, что первично: суждение или понятие? Что является более высокой формой мышления? Одни считают, что исходные понятия, а суждения являются более высокой формой мышления. Это обосновывается тем, что суждение состоит из понятий, выражается через связанные между собой понятия. Другие, наоборот, считают, что, так как само понятие образуется в результате суждений и умозаключений и само содержание понятий раскрывается с помощью суждений, то понятие – высшая форма мышления [19].

Обобщив все сказанное выше, можно так охарактеризовать понятие.

Понятие – очень сложная логическая категория. Это результат некоторого этапа в развитии наших знаний о тех или иных объектах материального мира. Возникнув, понятие уже само становится объектом познания.

 Вместе с тем понятие – это такая форма мышления, в которой выделены существенные свойства объектов, отделённые и абстрагированные от несущественных свойств. Понятийное мышление, т. е. мышление в понятиях, - высшая стадия развития интеллекта.

«Но понятие не просто форма отражения действительности. Оно является такой формой отражения, которая раскрывает сущность вещей, внутренние, коренные, определяющие свойства предметов, их внутреннюю, противоречивую природу. Поэтому понятие есть знание существенных свойств (сторон) предметов и явлений окружающей действительности, знание существенных связей и отношений между ними. В понятии раскрывается подлинная природа, особенность вещи (объекта), а не её внешнее сходство с другими вещами (объектами).

Как логическая категория понятие противоречиво. Оно есть единство противоположных моментов, единство общего и единичного, конкретного и абстрактного.  Соответственно, процесс усвоения научных понятий также очень сложен и противоречив.

Основные характеристики понятия как логической категории: содержание понятия и объем понятия.

Учителю эти характеристики понятия нужно хорошо знать, чтобы судить, как оно усвоено, каким оно должно быть» [19].

1.2 Математические представления учащихся начальных классов в

пропедевтический период

Обучение математике начинается с подготовительных занятий. Их необходимость диктуется чрезвычайной неоднородностью состава учащихся первого класса как по своим психофизическим данным, так и по подготовленности к обучению [9].

Задачами подготовительного периода являются, во–первых, выявление имеющихся у детей знаний, во–вторых, подготовка к изучению систематического курса математики, в–третьих, усвоение общеучебных учений и навыков, а также правил поведения в коллективе (слушать, правильно понимать и выполнять требования учителя, правильно сидеть за партой, вставать, выходить из-за парты, повторять задания учителя, задавать вопросы, отвечать на вопросы учителя и так далее), что создает возможность работы с классом в школе. На уроках в подготовительный период учащиеся учатся различать тетради, учебники по разным предметам, узнавать по особым признакам тетрадь и учебники по математике, работать с наборным полотном, дидактическим материалом, выполнять подготовительные упражнения к письму цифр, работать с линейкой и так далее [87].

В зависимости от подготовленности учащихся пропедевтический период может длиться от одного до двух месяцев, т.е. всю первую четверть. Для изучения состояния знаний по математике используются дидактический материал, первые страницы учебника, предметы окружающей действительности, игрушки, картинки и так далее. Выявляются пространственные представления учащихся путем предъявления заданий практического характера (Возьми карандаш в правую руку), (Придерживай тетрадь левой рукой), (Покажи верх (низ) доски), (Кто сидит ближе ко мне, дальше от меня), (Сядь рядом с Сашей), (Встань между Надей и Витей).

Наряду с пространственными представлениями необходимо выявить понимание признаков предметов, характеризующих их размер: большой – маленький, больше – меньше, равные по величине, длинный – короткий, длиннее – короче, равные по длине, высокий – низкий, выше – ниже, равные по высоте, широкий – узкий, шире – уже, равные по ширине и так далее [7].

Необходимо проверить знание геометрических фигур: умение отыскивать геометрическую фигуру по образцу (круг, квадрат, треугольник, прямоугольник), умение называть фигуру, показать названную учителем фигуру, начертить фигуру, не меняя её образца.

При изучении арифметических знаний учитель обращает внимание на общее развитие ребенка, на то, как он принимает помощь. Он устанавливает, насколько хорошо ребенок ориентируется в окружающей его обстановке, каково состояние его речевого развития, наличие общего и специального арифметического словаря, отмечает имеющиеся дефекты речи, над которыми в дальнейшем придется работать.

Не менее важно установить и степень развития моторики ребенка. Несовершенство моторики, являющееся характерной чертой ребенка с ограниченными возможностями, затрудняет овладение письмом, работу с дидактическим материалом, работу с линейкой.

Для пропедевтических занятий существует специальная программа в общей программе по математике. В ней предусмотрено обучение сравнению предметов по размеру, тяжести, форме, развитие количественных и пространственных представлений [29].

Анализ существующей литературы, а также специальные исследования показывают, что такими понятиями, как большой – маленький, учащиеся владеют. Из множества предметов они выделяют большие и маленькие предметы.

Большинство учащихся поступающих в первый класс, не владеют приемами сравнения предметов. При сравнении предметов они стараются иногда накладывать предметы один на другой или прикладывать их друг к другу, но не знают, как выполнить наложение или приложение. Поэтому никакого сравнения не получается. Например, при сравнении двух лент по длине ученики не соединяют их концы, а короткую ленту прикладывают к середине длинной. Все это говорит о том, что для того чтобы ребенок с ограниченными возможностями видел существенные признаки предметов, различал их, мог сравнивать и сопоставлять предметы, необходимы специальные занятия [17]. Целью уроков в подготовительный период является выявление, уточнение и развитие понятий о размерах, форме предметов, пространственных представлений учащихся, обогащение словаря учащихся новой терминологией, активизация пассивного словаря, развитие речи, активизация их познавательной деятельности, формирование общественных умений и навыков.

Формирование представлений и понятий о признаках величины предметов. При формировании представлений и понятий о размерах немаловажное значение имеет определение последовательности, в которой эти признаки следует изучать.

Формирование представлений и понятий о размерах требует тщательного отбора наглядных пособий, дидактического материала, а также предметов окружающей ребенка обстановке, с которыми он повседневно сталкивается [13]. Для первых уроков по формированию того или иного понятия нужно подобрать дидактический материал, предметы, которые бы отличались друг от друга только одним признаком. Например, при формировании признака длины предметов следует выбирать ленты, полоски бумаги, тесьму, которые бы отличались только по длине, а все другие признаки (ширина, материал, цвет) были одинаковы. Такой подбор наглядного материала предупреждает смешение существенных и несущественных признаков.

Занятия по формированию понятий о размерах следует проводить в такой последовательности, которая давала бы наибольший эффект, которая сумела бы научить детей использовать полученные знания в жизни, в доступной для них трудовой деятельности, а не просто обогащала бы их память определенными понятиями [3].

Уточнение или формирование признака должно проходить на раздаточном материале, натуральных предметах, причем таких, у которых этот признак рельефно выступает и по которому эти предметы отличаются друг от друга (все остальные признаки одинаковы). Например, большой и маленький мяч, толстый или тонкий карандаш (длина, цвет одинаковы), длинная и короткая бечевка, высокая и низкая ваза, широкая и узкая линейка (длина, толщина одинаковы).

Выполняя практическую работу, ученик должен придать предмету заданные качества. Это требует от него достаточно ясного представления о том или ином признаки предмета. Предлагается отобрать все длинные карандаши или все толстые.

Очень важно научить учащихся сравнивать предметы, прикладывая их друг к другу или накладывая один на другой.

Формирование понятий (длинный – короткий, длиннее, короче, равные, разные по длине). Можно показать работу над формированием понятий о признаках, характеризующих размеры предметов, на примере формирования понятий длинный – короткий, равные по длине.

На уроке, целью которого является уточнение и формирование понятий длинный – короткий, учитель создает определенную жизненную ситуацию, ставя учащихся перед решением бытовой задачи. (Нужно наклеить цветную полоску на крышке двух коробок. (Учитель показывает одну коробку длинную, другую короткую.) Какие полоски вы выберете для каждой коробки (полоски разной длины: одна длинная, другая короткая) Почему вы так выбрали полоски? Этим практическим заданием учитель показывает, что в жизни, в быту приходится учитывать длину предметов при выполнении определенной работы. Для уточнения понятий длинный – короткий и для сравнения предметов по длине используется специальный дидактический материал: ширине, толщине [16].

Сначала ученики сравнивают два предмета, определяя длинный, короткий или равные по длине предметы. Количество предметов для сравнения необходимо постепенно увеличивать. Например, построить лесенку из полосок или брусочков, располагая их друг под другом от самой длинной к самой короткой. Затем учащиеся сравнивают по длине предметы по представлению, то есть, не видя их в данный момент. Например, коридор длиннее класса, а класс короче коридора, грядка под помидорами длиннее, чем грядка под огурцами, а грядка под огурцами короче грядки под помидорами, дорога и тротуар нашей улице равны по длине и так далее.

Для закрепления понятий длинный – короткий ученики вычерчивают сначала от руки, а потом и по линейке длинные и короткие отрезки, отрезают длинные и короткие полоски и так далее.

Аналогичные требования предъявляются к подбору наглядных пособий и дидактического материала, а так же к методики проведения уроков при знакомстве с такими понятиями, как (высокий – низкий, равные по высоте, широкий – узкий, равные по ширине, глубокий – мелкий, равные по глубине) и сравнении пособий по этим признакам.

Различение предметов по тяжести. Наблюдение и изучение состояния знаний учащихся показывают, что мускульные ощущения учащихся первого класса специальной школы различают лишь значительно разнящиеся по тяжести предметы. Необходимо организовать такие упражнения, которые позволяли бы постепенно развивать мускульные ощущения детей. В качестве пособий могут служить предметы окружающей ребенка действительности, игрушки, например две линейки (или ведерки) одинакового размера (пустая и с водой), одинаковые по размеру шарики, брусочки металлические, деревянные, пластмассовые и различные по тяжести [18].

Учащиеся различают предметы различные по тяжести на мускульное ощущение, в результате чего получают первоначальное понятие: тяжелый – легкий, тяжелее – легче.

Учитель, включая учащихся в предметно – практическую деятельность, постоянно подчеркивает относительность и взаимообратность этих понятий. Следует показать сравнение предметов по тяжести и с помощью чашечных весов, без использования гирь. Чашки весов с тяжелым предметом опустятся вниз, с легким – поднимутся вверх. Если предметы одинаковы по массе, то чашки весов оказываются уравновешенными (находятся на одном уровне, (носики уточек смотрят друг на друга).

Развитие пространственных представлений. Для развития пространственных представлений учащихся не следует отводить специальных уроков. Вся система учебной и воспитательной работы в первом классе должна быть направлена на развитие пространственных представлений детей: на уроках математики, ритмики, пения, ручного труда, в играх, в беседах с учителем, воспитателем, при выполнении любых заданий практического характера уточняются понятия (близко – далеко, вверх – вниз, справа – слева, спереди – сзади, между, около). Уже в первый день занятий, рассаживая учащихся за парты, учитель организует с ними беседу, которая позволяет выявить и уточнить пространственные представления учащихся. Вместе с учениками учитель выясняет, какие предметы находятся в классе внизу, вверху и так далее.

Далее учитель намечает, какие пространственные представления нужно уточнять и формировать в первую очередь. Над их формированием систематически ведется работа на всех уроках, в играх. Например, формируя понятия (слева, справа), учитель вначале выясняет, знают ли учащиеся, какая рука левая, а какая правая, что они делают ежедневно правой рукой, левой рукой. Затем он просит показать левую и правую ногу, левый и правый глаз, левое и правое ухо, щеку и так далее. Вся классная мебель соотносится по ее пространственному расположению сначала относительно ученика, а затем любого ряда парт. Для закрепления этого пространственного понятия проводится построение учащихся в шеренгу и определение соседей справа и слева от каждого из учеников. Подвижные и дидактические игры (Кто твой сосед?), (Расставь фигуры по порядку и так далее) будут способствовать уточнению и закреплению этих понятий [14].

Полезна работа по рассматриванию сюжетных картин и определению пространственного положения предметов на них. В этом случае учитель работает и над расширением словаря, кругозора, развитием речи учащихся. Создание жизненных ситуаций, специальные игры, повседневная деятельность учащихся с акцентированием их внимания на пространственном расположении предметов, занятия физкультурой, ручным трудом позволяют развивать и совершенствовать пространственные представления учащихся.

Развитие количественных представлений и понятий. В пропедевтический период, еще задолго до знакомства детей с числами первого десятка и нумерации, учитель ставит и решает задачу развития количественных представлений и понятий у учащихся первого класса.

Учащиеся не умеют сравнивать множества, не владеют приемом установления взаимно однозначного соответствия между множествами. В активной речи, как правило, не используют слова-понятия несколько, немного. Эти слова не имеют четких границ применения, поэтому и трудны для детей [19].

В качестве средств наглядности служат предметные пособия (учебные принадлежности, фрукты, овощи, игрушки, природные материалы), изображение предметов в виде трафаретов, рисунки, таблицы и так далее. Ставя задачу развития количественных представлений учащихся, учитель начинает работу с уточнения представлений много, мало, несколько, немного. Развивая количественные представления школьников с ограниченными возможностями, необходимо опираться не только на зрительный, но и на слуховой и осязательный анализаторы. С этой целью следует организовать дидактические игры, в которых учащиеся на слух различают количество звуков, издаваемых озвученной игрушкой, музыкальным инструментом, постукиванием одного предмета о другой.

Надо обращать внимание учащихся на то, что при удалении части элемента множества их становится меньше, а при добавлении их становится больше. Например: В коробке много карандашей, возьмем из нее несколько карандашей. В коробке осталось мало карандашей [16].

На уроках, целью которых является уточнение и закрепление представлений много, мало, немного, несколько, учитель знакомит учащихся со славами было, осталось, стало, всего, вместе. Учащиеся наблюдают: если взять какое-то количество предметов из совокупности, то их останется меньше, а если добавить, положить еще, соединить вместе предметы двух - трех совокупностей, то их станет больше. Чтобы учащиеся овладели приемом сравнения совокупностей без пересчитывания, необходимо проводить как можно больше упражнений с дидактическим материалом, например: (Вот красные и синие круги. Расставь их так, чтобы можно было ответить на вопрос, каких кругов больше?) или (Хватит ли этим куклам мячей?) Чего больше мячей или кукол? Чего меньше? Больше тетрадей у меня или у всех учеников в классе? Как это проверить? Чего меньше: крючков на вешалке или пальто? Чего больше?) Дальше идет сравнение элементов двух предметных совокупностей.

Необходимо показать учащимся два способа:

1. Сделать яблок столько, сколько груш (отнять одно лишнее).

2. Сделать груш столько, сколько яблок (добавить одно).

3. Далее проводится работа над закреплением понятий столько же, поровну, одинаково.

Следует сравнивать самые разнообразные предметы, как однородные, так и неоднородные, брать картинки не только с единичными предметами, но и группу предметов, с различным их расположением [11].

Организация преподавания математики в подготовительный период. В пропедевтический период уроки должны быть организованы так, чтобы они способствовали пробуждению и привитию интереса к математике. Поэтому форма организации занятий не должна быть однородной. Организуются экскурсии в школьные мастерские, на пришкольный участок, в парк и так далее. Какая-то часть математики может проводиться в комнате для игр, физкультурном зале. В игре учащиеся могли бы закрепить полученные знания, а также использовать их на практике. На уроках следует создавать такие жизненные ситуации, в которых учащиеся показали бы и свою ориентировку в пространстве, и умение различать предметы по размерам. Желательна организация игр со строительным конструктором. Такие игры способствуют лучшей ориентации учащихся в пространстве [18].

Уроки математики в этот период должны быть оснащены достаточным количеством наглядных пособий и дидактического материала. Надо использовать: красочный дидактический материал, настенные таблицы, иллюстративные наборные полотна с набором трафареток, изображающих фрукты, овощи, деревья, грибы, птиц, зверей; песочный ящик, разнообразные игрушки, особенно озвученные, наборы таких игр, как картинное лото, домино, мозаика, строительные конструкторы и др., а также предметы реальной действительности: учебные принадлежности, фрукты, овощи, природный материал [69].

Наглядность, чувственное восприятие и практическая деятельность детей являются основой осознанного усвоения знаний, лучшим средством развития мышления детей.

Ученик первого класса вспомогательной школы не может долго слушать, наблюдать, рисовать, лепить, даже играть. Поэтому чередование методов обучения, смена одного вида деятельности другим во время урока повышает эффективность обучения. В пропедевтический период на уроках математики учитель широко использует методы, применяемые в дошкольных учреждениях: работу по подражанию, а иногда и совместную деятельность ученика и учителя, работу по образцу, работу по словесной инструкции, дидактические и подвижные игры. Наряду с этими методами используется показ-демонстрация действий с пояснением учителя, беседа, наблюдение, практические работы (обводка, штриховка, раскрашивание, лепка, работа с учебником и другое. В пропедевтический период учитель так строит урок, чтобы на нем выявлять знания учащихся, их готовность к обучению математике и одновременно уточнять и формировать их представления и понятия о размерах предметов, пространственные и количественные представления [147]. В этот период уделяется большое внимание формированию общеучебных умений и навыков учащихся: как правильно сидеть, стоять, задавать вопросы, отвечать на вопросы, выслушивать ответы товарища, выполнять точно инструкции учителя, готовить учебные принадлежности к уроку, работать с раздаточным материалом и так далее. Предметом постоянного внимания учителя являются: развитие речи учащихся, обогащение и уточнение их словаря, формирование умений рассказывать о собственной деятельности и так далее.

2 Пропедевтика функциональной зависимости в курсе математики начальной школы

2.1 Теоретические основы функции.

На практике мы встречаемся с различными зависимыми величинами. Например, площадь круга зависит от его радиуса, масса металлического бруска зависит от его объема и плотности металла, объем прямоугольного параллелепипеда зависит от его длины, высоты и ширины. Определение. Функцией называется зависимость переменной «У» от переменной «X», при которой каждому допустимому значению X соответствует определенное единственное значение У.2 Переменную X называют независимой переменной или аргументом. Переменная У – зависимая переменная или функция, т.к. ее значения определяются значением аргумента. Записывается зависимость следующим образом: y–f(x), где х является областью определения функции, и называется совокупность всех значений аргумента, для которых функция определена (<D(x)-X).  
Совокупность всех значений функции образуют область ее значений (Е(у)). Например, площадь квадрата зависит от длины его стороны.S см² – площадь квадрата S= a2 S=f(a) S–?а см.

Чтобы задать функцию, нужно задать числовое множество – X, которое называется областью определения функции и обозначается Ф(х), и способ (правило), с помощью которого для каждого числа Х можно найти соответствующее число >> – значение функции, обозначаемое y=f(x).  
Способы задания функции: формула, график, таблица, описание. Примеры.  
Пусть а см – сторона квадрата  
Если t = 0,5 ч., то S = 50 \* 0,5 = 25 (км)  
Если t = 2 ч., то S = 50 \* 2 = 100 (км) и т.д.  
 Путь, пройденный автомобилем с постоянной скоростью, является функцией от времени движения.

Графиком функции называется множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты  
соответствующим значениям функции.

Например, Т– температура в градусах по Цельсию, t – время нагревания воды в минутах. Иногда функциональную зависимость величин удобнее отобразить в таблице.

Например. Стоимость проезда в пригородном поезде зависит от номера зоны, к которой относится станция.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| п | (зона) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| ш | (руб.) | 10 | 15 | 20 | 25 | 35 | 40 | 55 | 65 | 85 |

Функция выглядит так: ш = f(n). Буквой «п» обозначен номер зоны, а буквой «ш» – соответствующая стоимость проезда в рублях. Словесное описание функции используется в некоторых случаях, когда другим способом задать ее неудобно. Например, функция у = cos х определяется как проекция единичного вектора на ось ОХ, образующую с ним угол в X радианов.

2.2 Функциональная пропедевтика в начальном курсе математики

Пропедевтика (от др. греч. – предварительно обучаю) – введение в какую-либо науку или искусство, сокращенное систематическое изложение науки или искусства в элементарной форме, приготовительный (предварительный, вводный) курс, предшествующий более глубокому изучению предмета. Пропедевтикой называется совокупность сведений и знаний, которыми необходимо запастись до начала какого-нибудь научного или специального занятия. Проблема пропедевтики основных понятий математики возникает при обнаружении определенных трудностей в их формировании в систематическом курсе. Ее можно осуществлять непрерывным образом, через основное содержание учебного материала предыдущих курсов. В этой связи возникает вопрос об организации учебной работы на основе содержания математического образования на каждой ступени, одним из условий ее осуществления является наличие содержательно-логических линий в предметном курсе. Проблема логической цельности школьной математики имеет вековую историю: в начале ХХ века определилась тенденция к алгебраризации курса, и ныне в основе преподавания лежит функциональный подход.

Понятие функциональной зависимости является одним из ведущих в математической науке, поэтому сформированность этого понятия у учащихся представляет важную задачу в целенаправленной деятельности учителя по развитию математического мышления и творческой активности детей. Развитие функционального мышления предполагает прежде всего развитие способности к обнаружению новых связей, овладению общими учебными приемами и умениями.

Пропедевтика функциональной зависимости способствует формированию мыслительных операций и воспитанию интеллектуальных качеств личности. Направления подобной работы выражаются в характере задач, предлагаемых учащимся. Материал начального математического курса содержит достаточное количество примеров, на которых можно разъяснить зависимость одной величины от другой. К ним, в частности, относятся: задачи на составление и решение уравнений, оптимизационные и комбинаторные задачи, задачи с величинами, находящимися в прямой и обратной зависимости, задачи с использованием таблиц, числовой оси и координатной плоскости.

Таким образом, опосредованная пропедевтика предполагает постепенную функциональную подготовку, не требующую ни специальной терминологии, ни символики; достаточно последовательно проводить идею изменяемости окружающего мира; взаимозависимости между величинами, используя для этой цели материал школьных учебников. Объективные возможности для пропедевтики имеются, учитель должен их видеть и использовать в обучении школьников.

В дидактике под пропедевтикой вообще понимают подготовительный курс, представляющий введение в какую-либо науку или учебный предмет и отличающийся элементарной формой изложения. Наиболее характерным примером является существующий сейчас пропедевтический курс обыкновенных дробей в начальных классах, (основной курс дробей начинается в 5–6 классах). Вопрос о пропедевтике возникает тогда, когда обнаруживаются определенные трудности в формировании некоторых понятий или при слишком компактном изложении конкретной темы, что влечет за собой целесообразность распределения материала на больший промежуток времени. Если сделать это с выделением начального концентра, то получится пропедевтический курс, можно же осуществить подобное действие непрерывным образом, распределяя часть материала по другим темам, то есть опосредованно, через основное содержание учебного материала.

Например, чтобы подготовить учащихся к восприятию математической статистики в старших классах, нужно дать основы теории вероятностей в основной школе, а необходимые для этого сведения из комбинаторики учащиеся могут получить уже в начальных классах.

Очевидно, что одним из важнейших условий осуществления опосредованной пропедевтической работы является идейная стройность школьного курса математики, наличие логической связи между элементарной и высшей математикой.

Проблема логической цельности школьного курса математики имеет вековую историю. К концу 19 века сложилась международная традиционная система математического образования, которая характеризовалась оторванностью от высшей математики и вообще науки математики, разделением элементарной математики на 4 учебных предмета: арифметику, алгебру, геометрию, тригонометрию, существующих самостоятельно и независимо друг от друга. Во многих странах мира прогрессивные математики и педагоги выступали с критикой данной системы обучения и с позитивными предложениями по реформе математического образования. В 1897 году в Цюрихе на I Международном конгрессе математиков выступил с докладом известный геометр, педагог высшей немецкой школы Феликс Клейн, в котором содержалась мысль о том, что в математике средней школы функциональная идея должна быть центральной: Руководящую роль в школьном курсе математики должно играть понятие функции. Оно должно быть усвоено очень рано и должно пронизывать все преподавание алгебры и геометрии [2]. В движение за реформу математического образования включились и российские ученые, методисты, педагоги, в частности, О.А. Вольберг, К.Ф. Лебединцев , В.Е. Сердобинский, С.И. Шохор-Троцкий.

Так, С.И. Шохор-Троцкий (1853-1923), выступал против отрыва геометрии, алгебраического материала от арифметического. Возражая против всего ненужного, излишнего и неуместного в арифметике, он признавал глубокую ценность понимания функциональной зависимости и рекомендовал к этой идее возвращаться при всяком удобном случае [66]. В.Е. Сердобинский в своей статье. Знакомство с понятием функции сформулировал тезис о необходимости включения идеи функциональной зависимости в элементарную математику. В статье В.П. Шереметевского Математика как наука и ее искусственные суррогаты читаем: Какое бы мировоззрение ни лежало в основе наших знаний о природе, обоснование процесса мировой жизни выразится основным понятием - изменения. Если вся математика есть, в сущности, учение о функциях, то ясно, что и элементарный курс должен группироваться вокруг основного понятия о функциональной зависимости [106].

Современная алгебра исходит из определения рассматриваемого понятия, предложенного в 19 веке российским ученым Н.И. Лобачевским, выражающего зависимость между переменными величинами: функцией от х называется число, которое дается для каждого х и вместе с х постепенно изменяется; функция - это зависимая переменная. Через понятие функции в математике моделируются реальные диалектические процессы, изменения, взаимозависимости и взаимообусловленности. Идея функциональной зависимости находит свое отражение не только в математике, но и в ряде других наук – физике, химии, биологии, медицине, истории, кибернетике. Велика роль функции как мощного аппарата в познании процессов, происходящих в реальном мире. Знание функциональных зависимостей помогает найти ответы на разнообразные вопросы – от расшифровки памятников древности до управления сложнейшими производственными процессами. Наблюдая веками явления природы, человек замечал соответствие между ними. Систематизируя и обобщая устойчивые взаимосвязи в природе, он познал закономерности и учился применять их для объяснения разнообразных явлений природы. Математическими моделями таких закономерностей и являются функции.

Таким образом, в начальном курсе математики значительная роль должна отводиться функциональной пропедевтике, которая предусматривает подготовку учащихся к изучению систематических курсов алгебры и геометрии, а также воспитывает у них диалектический характер мышления, понимание причинных связей между явлениями окружающей действительности. В этой связи обозначим основные направления пропедевтической работы на начальной ступени обучения предмету по программе Л.Г. Петерсон:

– Понятие о множествах, о соответствии элементов двух множеств и функциях. Зависимость результатов арифметических действий от изменения компонентов.

– Числовые выражения с 3–4 арифметическими операциями (со скобками и без них), вычисление их значений.

– Буквенные выражения. Переменные величины. Вычисление их значений при подстановке численных значений переменных.

– Представление о числовых последовательностях.

– Изменение численных значений величин при использовании различных единиц измерения.

– Математические исследования.

– Табличный, словесный, аналитический, графический способы задания функции.

– Линейная зависимость.

– Система координат, первая и вторая координата, упорядоченная пара.

– Решение простейших комбинаторных задач: составление и подсчет числа возможных перестановок, подмножеств элементов конечного множества.

– Представление о возможности неограниченного увеличения натурального числа или уменьшение его доли.

– Использование систематического перебора натуральных значений одной и двух переменных при решении сюжетных задач.

– Заполнение таблиц с арифметическими вычислениями, данными из условий прикладных задач. Выбор данных из таблицы по условию.

– Зависимость между пропорциональными величинами; прикладное исследование их графиков.

Проиллюстрируем сказанное конкретными примерами из учебников по начальной математике Л.Г. Петерсон.

Содержание начального курса математики позволяет сформировать у учащихся представление об одной из важнейших идей математики – идее соответствия. При выполнении заданий на нахождение значений выражений, заполнение таблиц ученики устанавливают, что каждой паре чисел соответствует не более одного числа, полученного в результате. Однако для осознания этого содержание таблиц необходимо анализировать.

Составь все возможные примеры на сложение двух однозначных чисел с ответом 12.

При выполнении этого задания учащиеся устанавливают взаимосвязь между двумя множествами значений слагаемых. Установленное соответствие – функция, так как каждому значению первого слагаемого соответствует единственное значение второго слагаемого при постоянной сумме.

В вазе 10 яблок. Сколько яблок останется, если возьмут 2 яблока, 3 яблока, 5 яблок. Запиши решение в таблице. От чего зависит результат. На сколько единиц он изменяется? Почему?

В данной задаче фактически представлена функция у = 10 - х, где переменная х принимает значения 2, 3, 5. В результате выполнения данного задания учащиеся должны сделать вывод: чем больше вычитаемое, тем меньше значение разности.

Идея функционального соответствия присутствует и в упражнениях вида:

Соедини стрелкой математические выражения и соответствующие численные значения:

15 + 6 18 + 9 21 - 4 38 - 19

27 19 17 21 35 40 15

Введение буквенной символики позволяет познакомить учащихся с важнейшими понятиями современной математики – переменная, уравнение, неравенство, что способствует развитию функционального мышления, поскольку с ними тесно связана идея функциональной зависимости. При работе с переменной школьники осознают, что буквы, входящие в выражение, могут принимать различные числовые значения, а само буквенное выражение является обобщенной записью числовых выражений.

Одни из примеров системного использования буквенной символики являются задачи, представленные в блиц–турнирах. Отсутствие конкретных чисел заставляет учеников искать путь решения задачи, опираясь на существенные связи между данными и искомыми. Эта модель задачи – знаковая, она более абстрактна, чем числовое выражение. При этом ученик не может вычислить промежуточные результаты, а должен представлять всю цепочку связей между величинами и выстраивать соответствующую последовательность действий. Исследование решения задач с буквенными данными предполагает рассмотрение различных соотношений между значениями букв, а так же выявление возможности или невозможности принятия буквой конкретных числовых значений, установление влияния числовых значений переменных на количество способов решения задачи.

Огромное пропедевтическое значение имеет опыт общения учащихся с упражнениями на установление закономерностей в числовых последовательностях и их продолжение:

1, 2, 3, 4… (у = х + 1)

1, 3, 5, 7… (у = 2 \* х + 1)

Понятие величины, наряду с понятием числа, является основным понятием начального курса математики. Материал данного раздела является богатейшим источником для осуществления опосредованной функциональной пропедевтики.

Во-первых, это зависимость (обратно пропорциональная) между выбранной единицей величины (меркой) и ее численным значением (мерой) – чем больше мерка, тем число, полученное в результате измерения величины данной меркой, меньше. Поэтому важно, чтобы при работе с каждой величиной (длиной, массой, площадью, объемом и пр.) учащиеся приобретали опыт измерения величин разными мерками с целью осознанного выбора сначала удобной, а затем и единой мерки.

Во-вторых, при изучении величин, характеризующих процессы движения, работы, купли-продажи формируются представления о зависимости между скоростью, временем и расстоянием, ценой, количеством и стоимостью в процессе решения текстовых задач следующих видов – на приведение к единице (нахождение четвертого пропорционального), нахождение неизвестного по двум разностям, пропорциональное деление.

Особую сложность для учащихся представляет осознание взаимосвязи между этими величинами, поскольку понятие пропорциональная зависимость не является предметом специального изучения и усвоения. В программе Л.Г. Петерсон методически эта проблема решается за счет использования следующих приемов:

– Решение задач с недостающими данными (открытым условием):

Васе от дома до школы 540 м, а Паше – 480 м. Кто ближе живет? Кто быстрее дойдет?

Саша купил на 30 рублей тетради и на 45 рублей карандаши. На покупку каких предметов он истратил денег больше? Каких предметов он купил больше?

Анализируя тексты этих задач, учащиеся обнаруживают, что в них не хватает данных и что ответы на вопросы зависят от цены и скорости.

– Фиксация условия задач не только в таблице (как это предложено в классической методике), но и в виде схемы. Это позволяет визуализировать зависимости, рассматриваемые в задаче. Так, если одно и тоже расстояние в 12 км движущиеся объекты проходят за разное время (2 ч, 3 ч, 4 ч, 6 ч), то с помощью схемы наглядно интерпретируется обратная зависимость – чем больше частей (время), тем меньше каждая часть (скорость).

– Изменение одного из данных задачи и сравнение результатов решения задач.

В школьную столовую привезли 48 кг яблок. Сколько ящиков могли привезти, если во всех ящиках яблок было поровну.

Учащиеся дополняют условие задачи и фиксируют зависимость между величинами с помощью различных средств структурирования теоретических знаний - в таблице, схеме и словесно.

Здесь же полезно обратить внимание на кратное отношение рассматриваемых величин – во сколько раз больше одна из величин, во столько же раз больше (меньше) другая при постоянной третьей.

В начальной школе учащиеся в неявном виде знакомятся с табличным, аналитическим, словесным, графическим способами задания функций.

Так, например, зависимость между скоростью, временем и расстоянием можно выразить:

а) словесно: чтобы найти расстояние, нужно скорость умножить на время;

б) аналитически: s= v \* t;

в) таблично: v =5 км/ч

г) графически (с помощью координатного луча или угла).

Графический способ задания зависимости между v, t, s позволяет сформировать представление о скорости как изменении местоположения движущего объекта в единицу времени (наряду с общепринятым – как расстояния, пройденного в единицу времени) А сравнение графиков движения двух тел (движущихся независимо друг от друга) уточняет представление о скорости как величине, характеризующей быстроту движения.

Составные числовые выражения (со скобками и без них), вычисление их значений по правилам порядка выполнения действий позволяет учащимся осознать, что от порядка выполнения действий зависит результат.

Расставьте скобки так, чтобы получились верные равенства.

20 + 30 : 5=10 20 + 30 : 5 = 26

В курсе Л.Г. Петерсон учащиеся в неявном виде знакомятся с линейной зависимостью, как частным случаем функции. Эту функцию можно задать формулой вида у = kх + b, где х – независимая переменная, k и b – числа. Ее областью определения являются множество всех действительных чисел.

Пройдя 350 километров, поезд стал идти в течение t часов со скоростью 60 км/ч. Сколько всего километров прошел поезд? (350 + 60 \* t)

Выполняя задания с именованными числами, учащиеся осознают зависимость численного значения величин от использования различных единиц измерения.

Один и тот же отрезок измерили сначала в сантиметрах, затем в дециметрах. В первом случае получили число на 135 больше, чем во втором. Какова длина отрезка в сантиметрах? (Зависимость у = 10 \* х)

В процессе изучения начального курса математики у учащихся формируется понятие натурального ряда чисел, отрезка натурального ряда, усваиваются свойства натурального ряда чисел – бесконечность, упорядоченность и др., формируется представление о возможности неограниченного увеличения натурального числа или уменьшение его доли.

В курсе математики 3–4 классов значительное внимание уделено обучению учащихся использованию формул, их самостоятельному выводу. Здесь важно научить учащихся представлять одну и ту же информацию в различной форме – графически и аналитически, предоставив школьникам право выбора формы в соответствии с их познавательными стилями.

Значительный интерес у учащихся вызывают задания, связанные с анализом таблиц значений переменных, (открытие) зависимостей между ними и запись в виде формулы.

При анализе чисел, представленных в таблице, учащиеся легко подмечают, что числа первой строки увеличиваются на один, числа второй строки увеличиваются на четыре. Задача учителя – обратить внимание на взаимосвязь значений переменных а и b. В целях усиления прикладной направленности математического образования следует (оживить) данную ситуацию, перевести ее в сюжетный статус.

Чтобы сформировать у учащихся способность к выводу формул, нужно научить их записывать различные утверждения на математическом языке (в виде равенств):

– ручка в три раза дороже карандаша (р = к + 3);

– число а при делении на 5 дает в остатке 2 (а = 5 \* b + 2);

– длина прямоугольника на 12 см больше ширины (а = b + 12).

Обязательным условием является обсуждение возможных вариантов значений данных величин с заполнением соответствующих таблиц.

Особое место в курсе Л.Г. Петерсон занимают задания, связанные с математическими исследованиями:

Представь число 16 в виде произведения двух множителей разными способами. Для каждого способа найди сумму множителей. В каком случае получилась меньшая сумма? Проделай это же с числами 36 и 48. Каково предположение?

При выполнении подобных заданий (на исследование зависимости между количеством углов многоугольника и суммарным значением градусных мер углов, между значением периметра различных по форме фигур с одинаковой площадью и пр.) учащиеся совершенствуют навыки работы с таблицей, так как решение удобно фиксировать в таблице. Кроме этого табличный способ фиксации решения используется при решении нестандартных математических задач методом упорядоченного перебора или рационального подбора.

В классе 13 детей. У мальчиков столько зубов, сколько у девочек пальцев на руках и ногах. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек? (У каждого мальчика ровно 32 зуба).

Обучение математике по программе Л.Г. Петерсон обеспечивает усвоение учащимися взаимосвязи между результатами и компонентами арифметических действий, формируется представление о ?скорости? изменения результата арифметических действий в зависимости от изменения компонентов:

– упражнения на состав числа;

– частные приемы вычислений (36 + 19 = 35 + 20; 36 - 19 = 37 - 20; 12 \* 5 = 12 \* 10 : 2);

– оценка суммы, разности, произведения, частного.

При выполнении подобных заданий важно представлять информацию многосенсорно.

Как изменится сумма, если одно слагаемое увеличить на 10, а второе уменьшить на 5?

Как изменится площадь прямоугольника (или произведение двух чисел), если одну из сторон (одно из чисел) увеличить на 3?

Наши исследования показывают, что значительная часть учащихся выполняют подобные задания методом подстановки конкретных числовых значений. Методически грамотным в данной ситуации будет графически и аналитически интерпретировать условие.

Понятие функции в старших классах связано с системой координат. В курсе Л.Г. Петерсон содержится материал для пропедевтической работы в этом направлении:

– числовой отрезок, числовой луч, координатный луч;

– таблица Пифагора, координаты на плоскости (координатный угол);

– графики движения;

– круговые, столбчатые и линейные диаграммы, наглядно представляющие зависимость между дискретными величинами.

Итак, изучение арифметических операций, увеличения и уменьшения числа на несколько единиц или в несколько раз, зависимости между компонентами и результатами арифметических действий, решение задач на нахождение четвертого пропорционального, на связь между скоростью, временем и расстоянием; ценой, количеством и стоимостью; массой отдельного предмета, их количеством и общей массой; производительностью труда, временем и работой; и т. Д., с одной стороны, лежат в основе формирования понятия функции, а с другой – изучаются на основе функциональных понятий. Следует отметить, что достаточно большое пропедевтическое значение имеет графическое моделирование: графическая интерпретация условия задачи, рисунок, чертеж и другое. Информация, представленная в графической форме, легче для восприятия, емкая и достаточно условная, призвана опредмечивать абстрактные понятия, нести информацию лишь о существенных признаках объекта, формировать графические навыки учащихся.

Обобщая, отметим, что основные цели изучения учебного содержания функциональной линии курса Л.Г. Петерсон:

1) развитие функционально-аналитического мышления школьников, характеризующегося способностью рассматривать объекты, в том числе и математические, во взаимосвязи и взаимозависимости;

2) формирование у учащихся способности к выражению зависимости между величинами разными способами (таблично, аналитически, графически).

Кроме этого, результатом пропедевтики функциональной зависимости должна стать высокая умственная активность младших школьников, развитие интеллектуальных, общепредметных и специфических математических умений и навыков. Все это создает прочную основу не только для решения методических проблем начальной математики – формирование вычислительных навыков, умения решать текстовые задачи и др., но и для реализации развивающих возможностей математического содержания и, что не менее важно, для успешного изучения функций в средней школе.

2.3 Виды упражнений

Процесс формирования понятия функции длительный. На уровне начальных классов не определяется понятие функции, но предлагается много упражнений, на которых можно разъяснить зависимость значений одной величины от другой, способствующие развитию творческой деятельности младшего школьника.  
 Упражнение 1.

Время (t ч) 1 2 3 4 t

Расстояние (S км) и – 45 км/ч

S—Значение расстояния зависит от значения времени при постоянной скорости – 45 км/ч. Следовательно, S= f(t)-расстояние функция времени. D(t) = {1,2,3 ,4,... t} - область определения функции. E(S) = {45, 90, 135, 180, ... 45 \* t} - множество значений функции.

Упражнение данного типа направлены на выявление зависимости одной величины от другой и формирования понятия функционального соответствия.

Упражнение 2.

Деление с остатком:

а)13 раздели на 3, используя числовой луч.

б)14 раздели на 3.

в)15 раздели на 3.

Какие остатки могут получиться при делении на 3? Сделай вывод. Остаток всегда меньше делителя? Областью определения функции является множество значений делимого: 13, 14, 15. Делитель равен 3. Множество значений остатков является множеством значений функции, т.к. каждому значению делимого соответствует единственное значение остатка при делении на 3 (постоянное число) 5.

Упражнения данного вида направлены на изучение начального уровня сформированности навыка деления с остатком в начальной школе, на формирование УУД необходимых в дальнейшем при изучении функций.

Упражнение 3.

Табличным способом задана функция:

а) каждому значению переменной из множества чисел {4, 6, 2, 5, 3, 7} соответствует единственное значение разности из множества {5, 4, 3, 2, 1, 0} при условии, что 2 – вычитаемое, величина постоянная;

б) каждому значению слагаемого из множества {2, 3,4,6} соответствует единственное значение суммы из множества {5, 6, 7, 8, 9}.

Выполняя такие упражнения, учащиеся постепенно усваивают смысл постоянной величины, которая принимает одинаковые значения, и переменной величины, которая принимает разные значения. На этапе работы над математическими выражениями полезно обращать внимание учащихся на то, какие значения можно придавать букве в заданном выражении, т.е. в его области определения.

Учитель предлагает учащимся придавать букве «к» значения и найти значение разности (запись может быть оформлена в таблицу)  
К 0 1 2 ... 37

37–к Затем выясняют: можно ли придавать букве «к» другие значения? Можно ли ей придавать значения 38, 40, 100? Какое наименьшее значение она может принимать? Какое самое большое значение?

Учащиеся приходят к выводу, что букве «к» можно придавать любые значения от 0 до 37 и значение разности зависит от значения буквы «к».  
Значение переменной «к» увеличивается на одну единицу, а значение разности уменьшается на столько же единиц по сравнению с предыдущим значением.  
 Во втором классе, рассматривая изменение произведения и частного, полезно использовать наглядные иллюстрации.

Частное 6:3 изображено отрезком длиной 6 см, разделенным на 3 равные части. Увеличим делимое в 2 раза, а делитель оставим без изменения, (6-2):3.  
 Изобразим новое частное в виде отрезка длиной 12 см, разделенного на 3 равные части. Видим, что частное увеличилось в 2 раза: 3 = 2, (6 \* 2) : 3 = 4, 4 см > 2 см в 2 раза.

В данном упражнении прослеживается прямо пропорциональная зависимость: при увеличении делимого в несколько раз, частное увеличивается во столько же раз при постоянном делителе. Эти знания необходимы при изучении линейной функции и обратной пропорциональности.

С видами функциональной зависимости величин учащиеся начальных классов знакомятся при решении простых и составных задач, связанных с пропорциональными величинами.

Задача на нахождение 4–го пропорционального.  
В задачах данного вида задаются три величины, которые связаны прямой и обратной пропорциональной зависимостью. Из них две величины переменные, а одна – постоянная. Нужно найти значение одной переменной величины.  
 Существует шесть видов таких задач. Рассмотрим один из них.  
Задача: На шесть одинаковых пар детских ботинок расходуют 24 дм кожи. Сколько квадратных дециметров кожи нужно для 18 пар таких ботинок?  
С помощью учителя дети выясняют, значения каких величин даны в задаче и записывают их кратко в таблицу.

Для лучшего уяснения содержания задачи можно использовать наглядную интерпретацию. Из краткой записи задачи видно, что расход кожи зависит от количества пар детской обуви, если при расходе кожи на одно изделие – постоянное, которое и определяет способ решения задачи:  
24 : 6 = 4 (дм²) - на одно изделие.

4 \* 18 = 72 (дм²) - во 2 раз или (24 : 6) \* 18 = 72 (дм²).

Ответ: 72 дм².

Формула зависимости величин у = 4 \* х, где к = 24 : 6 = 4, коэффициент пропорциональности.  
 Числовые данные этой задачи позволяют обучать второму способу ее решения на основе свойства прямой пропорциональности величин. Вопросы беседы по разбору задачи для решения вторым способом имеют специфический характер:

Расскажите об особенностях каждой величины в задаче? Сравните значения каждой величины в I и II раз. Что можете сказать о числовом значении искомой величины? Почему? Во сколько раз? Как узнали? Как решите задачу?

Запись: 24 \* (18 : 6) = 72 (дм²)

Ответ: 72 дм².

В этой задаче D(x) = {6; 18}, Е(у) = {24; 72}

Задача на пропорциональное деление: Машинистка напечатала 78 страниц за 2 дня. В первый день она работала  
часов, во второй – 7 часов. Сколько страниц печатала машинистка в каждый из дней, если производительность труда была одинаковая?  
В ходе беседы учителя с учащимися по уяснению зависимости величин в задаче устанавливают, что даны три величины: общее количество страниц, время работы машинистки, производительность труда в час.  
 Таблица 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Труда | Время | Работы | Всего страниц |
| 1 день | Одинаковая | 6 час. | ? |
| 2 день | 7 час. | 7у | 78 |

Важно уяснить учащимся, что во второй день машинистка напечатала больше страниц, чем в первый день, т.к. 7 ч. > 6 ч. Количество страниц - 78 приходится на затраченное время двух дней при одинаковой производительности труда, которую можно найти.

Учащиеся могут сами предложить решение задачи:

6 + 7 = 13 (ч.) - время работы

78 : 13 = 6 (стр.) - за 1 час

6 \* 6 = 36 (стр.) - в 1 день

6 \* 7 = 42 (стр.) - во 2 день или 78 - 36 = 42 (стр.)

Ответ: 36 стр. и 42 стр.

В этой задаче пропорциональная зависимость величин: количество страниц книги каждого дня зависит от затраченного времени на их печатание при постоянной производительности труда, что является коэффициентом пропорциональности (к = 6), у = f(t). у = 6 \* t, D(t) = {6; 7}, E(t) = {36; 42}.  
Задача на нахождение неизвестного по двум разностям. Признак: они включают две переменные величины и одну постоянную величину, при чем даны два значения одной переменной величины и разность соответствующих значений другой переменной величины, а сами значения этой переменной являются искомыми.

Задача: В один магазин привезли 18 одинаковых бидонов молока, а в другой – 12 таких же бидонов. В первый магазин привезли на 228 л молока больше, чем во второй. Сколько литров молока привезли в каждый магазин?

Модель задачи – схематический чертеж.

Анализируя содержание задачи и устанавливая связь между величинами, учащиеся объясняют, что в 1–ый магазин привезли на 228 л молока больше, чем во 2-ой магазин, т.к. в 1–ом магазине было больше число таких же бидонов с молоком. Значит, в 1–ый магазин привезли столько же бидонов с молоком, как во 2- ой магазин и еще 6 бидонов, в которых было налито 228 л молока.

Решение:

18-12 = 6 (б.) - больше в 1-ом магазине

228 : 6 = 38 (л) - масса 1 бидона

38 \* 18 = 684 (л) - в 1-ом магазине

38 \* 12 = 456 (л) - во 2-ом магазине или 684 - 228 = 456 (л)

Ответ: 684 л, 456 л

В задаче дана прямо пропорциональная зависимость величин: масса молока зависит от количества бидонов в каждом магазине при одинаковой (постоянной) массе одного бидона (к = 38). D(x) = {18; 12}, Е(у) = {684; 456}  
 Учащиеся начальной школы, обучающиеся по учебнику математики под редакцией Л.Г. Петерсон, смогут решить эту задачу и алгебраическим методом.

Задача на движение: От двух пристаней, расстояние между ними 120 км, одновременно отошли навстречу друг другу два теплохода. Один шел со скоростью 22 км/ч, другой – 18 км/ч. Какое расстояние прошел до встречи каждый теплоход? Делают схематический чертеж.  
Учащиеся вместе с учителем, работая над зависимостью величин в задаче, (S = (V₁ + V₂) \* t) придут к выводу, что расстояние ВС < АС, т.к. скорость V₁  
V₂ при одновременном выходе теплоходов от пристаней и одинаковом времени движения в пути до встречи.

Решение:

22 + 18 = 40 (км/ч) – общая скорость

120 : 40 = 3 (ч) – время в пути

22 \* 3 = 66 (км) – путь 1 теплохода

18\*3 = 54 (км) – путь 2 теплохода Ответ: 66 км, 54 км

Значение расстояния каждого теплохода до их встречи зависело от значения скорости при одинаковом времени движения до их встречи, т.е.  
S = f(v) при t – const, где D(x) = {22; 18}, E(f) = {66; 54} и выполняется  
 свойство прямо пропорциональной зависимости величин :.

Вывод: Поиск разных путей решения задач с пропорциональными величинами способствует осознанию учащимися причинно–следственных связей, накоплению представлений о функциональной зависимости величин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Так как задачами подготовительного периода являются, во – первых, выявление имеющихся у детей знаний; во – вторых, подготовка к изучению систематического курса математики; в – третьих, усвоение общеучебных умений и навыков, то в пропедевтический период необходимо сформировать у детей:

– пространственные понятия, то есть положение предметов в пространстве ( далекий – близкий, дальше – ближе, вверху – внизу, выше – ниже, правый – левый, справа – слева, спереди – сзади, внутри – снаружи, около, рядом, посередине, между, за, перед);

– временные понятия (сегодня, завтра, вчера, части суток: утро, день, ночь, вечер; их последовательность, дни недели, месяца);

– понимание признаков предметов, характеризующих их размер ( большой – маленький, больше – меньше, равные по величине, длинный – короткий, длиннее – короче, равные по длин, высокий - низкий, выше - ниже, равные по высоте, широкий – узкий, шире – уже, равные по ширине);

– умение сравнивать предметы;

– развитие количественных представление и понятий (понимание того, что общее количество предметов в группе не зависит от размера, цвета, формы и расстояния между предметами).

Наглядность, чувственное восприятие и практическая деятельность являются основой осознанного усвоения знаний и лучшим средством развития мышления детей.

Пропедевтическая функция обеспечивает процесс обучения необходимых способностей к формированию овладения математикой и всем необходимым учебным процессом.

Итак, поставленная цель достигнута, задачи выполнены, гипотеза о том, что для успешного усвоения учащимися начальной школы понятия функции и способов ее задания, необходимо выполнять упражнения пропедевтического характера подтверждена.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Андрушенко А.В., Развитие пространственного воображения на уроках математики / Андрушенко А.В.. М: Владос, 2003. – 125с.

2 Бантова М.А., Методика преподавания математике в начальных классах

/ Бантова М.А., Бельтюкова Г.В.. – М.: Просвещение, 1984. – 335с.

3 Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Методика преподавания математики в начальных классах. – М.: Педагогика, 1984. - 301 с.

4 Брейтнгам Э.К. Обучение математике в личностно-ориентированной модели образования. // Педагогика. – 2000. - № 10. – С. 45– 48.

5 Быкова К.И., Обучение математике без проблем / Быкова К.И., Барнева Н.Р. – М.: Просвещение, 1999. – 136с.

6 Гонин Е.Г. Теоретическая арифметика. – М.:, 1961. – 171 с.

7 Давыдов В.В. Математика, 3 класс: Учебник для 4-летней начальной школы. – М.: Издательский центр (Академия), 1998. – 212 с.

8 Давыдов В.В. Психическое развитие в младшем школьном возрасте. / Под ред. Петровского А.В.. М.: Педагогика, 1973. – 167 с.

9 Дмитриев А.А., Обучение учащихся 1– 4 классах вспомогательной школы

/ Дмитриев А.А., Петров В.Г.. – М.: Просвещение, 2001. – 269с.

10 Есюкова Л.А., Особенности развития детей в зависимости от программ обучения / Ясюкова Л.А.. – М.: Владос, 1998. – 211с.

11 Зак А.З. Развитие умственных способностей младших школьников. – М.: Вагриус, 1994.

12 Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах. – М.: Издательский центр (Академия), 1998. – 288 с.

13 Истомина Н.Б., Нефедова И.Б. Математика, 3 класс: Учебник для 4-летней начальной школы. – Смоленск: изд-во (Ассоциация XXI век), 2001– 196 с.

14 Ковкин Н.И., В помощь учителю математике / Ковкин Н.И., Шаманов И.Ш. – Черкесск 1970. – 72с.

15 Когаловский С.Р., Шмелева Е.А., Герасимова О.В. Путь к понятию. Иваново, 1998. - 208 с.

16 Кузнецов В.И., Решение математических проблем / Кузнецов В.И. //Начальная школа. – 1999. - №5. – С.21-24.

17 Кузнецов Р.П., Готовимся к математике / Кузнецов Р.П. // Начальная школа. – 1999. – №7. – С.11-13.

18 Кумарина Г.Ф., Коррекционная педагогика в начальном образовании

/ Кумарина Г.Ф., Вайнер М.Э., Вьюнкова Ю.Н.. – М.: Академия,

2003. – 320с.

19 Лимарев П.Д., Подготовка к школе / Лимарева П.Д., Парова Н.О.

– Академия, 2002. – 619с.

20 Моро М.И., Методика обучения математике / Моро М.И., Пышкало А.П.. Просвещение, 1975. – 304с.

21 Нузанова A.M., Математика в 1– 4 классах / Нузанова A.M.. – М.: Просвещение, 1999.– 479с.

22 Петрова М.Н., Методика преподавания математики во вспомогательной школе / Петрова М.Н. – М.: Просвещение, 1989. – 305с.

23 Пышкало A.M, Геометрия в 1–4 классах (проблемы формирования

геометрических представлений у младших школьников) / Пышкало A.M.. .: П М.: Просвещение, 1968. – 260с.

24 Радужный А.А. Математика в подготовительный период

/ Радужный А.А., Сигарев А.Е.. – М.: Академия, 1998. – 213с.

25 Эрдниев П.М., Методика обучения математике в начальной школе

/ Эрдниев П.М.. – М.: Просвещение, 1970. – 358с.

26 Ятков М.А., Математика в начальной школе / Ятков М.А.. – М.: Просвещение, 2000.– 127 с.