МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «КУБАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ФГБОУ ВО «КубГУ») Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

Кафедра прикладной математики

КУРСОВАЯ РАБОТА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ УПРУГИХ СВОЙСТВ ТОНКИХ ПРОСЛОЕК В МНОГОСЛОЙНЫХ УПРУГИХ МАТЕРИАЛАХ ПО ДИСПЕРСИОННЫМ И АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ SH-ВОЛН

).Т. Кан
іка
ровой
Еремин
обачева

Краснодар 2025

ΡΕΦΕΡΑΤ

Курсовая работа 25 с., 10 рис., 10 источн.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, МНОГОСЛОЙНЫЙ ВОЛНОВОД, SH-ВОЛНЫ, АНТИПЛОСКИЕ КОЛЕБАНИЯ, ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ, FORTRAN, MATLAB

Объектом исследований являются установившиеся гармонические антиплоские колебания многослойного упругого волновода с мягкой прослойкой, лежащего на жёстком недеформируемом основании.

Целью работы является изучение и компьютерная реализация математических моделей, описывающих данные волновые процессы.

В качестве метода исследований используется полуаналитический интегральный подход, а для описания колебаний мягкой прослойки применяется как модель тонкого упругого слоя, так и модель эффективных граничных условий пружинного типа.

На основе разработанных компьютерных моделей проведён параметрический анализ влияния толщины и жёсткости мягкой прослойки, а также коэффициента жёсткости пружины на дисперсионные характеристики рассматриваемого многослойного волновода.

Кроме того, выполнена численная минимизация невязки между дисперсионными кривыми трёхслойного волновода с мягкой прослойкой и двухслойного волновода с пружинным граничным условием.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Многослойный волновод	6
1.1 Постановка задачи	6
1.2 Схема решения	8
2 Параметрический анализ	13
2.1 Трёхслойный волновод с мягкой прослойкой	13
2.2 Двухслойный волновод с граничным условием пружинного типа .	15
2.3 Определение оптимальной жёсткости пружины методом	
минимизации невязки между дисперсионными характеристиками	17
3 Компьютерная реализация	21
3.1 Структура программы	21
Заключение	23
Список использованных источников	24

ВВЕДЕНИЕ

Исследование распространения волн в многослойных упругих волноводах с мягкой прослойкой имеет важное значение для решения задач сейсмологии [1] и инженерной геофизики [2]. В условиях природных и техногенных сейсмических воздействий многослойные структуры, включающие мягкие прослойки, играют ключевую роль в процессах распространения и диссипации упругих волн. Понимание механизмов антиплоских колебаний в таких системах позволяет более точно прогнозировать поведение грунтовых и инженерных конструкций при сейсмических нагрузках, а также разрабатывать методы защиты сооружений от разрушительных последствий землетрясений.

Актуальность работы также обусловлена широким распространением клеевых соединений в современной промышленности, особенно В авиакосмическом и автомобильном производстве, где надёжность И безопасность конструкций имеют первостепенное значение. Одной актуальных задач в области неразрушающего контроля клеевых ИЗ соединений является точное определение состояния и качества тонкой клеевой прослойки, непосредственно влияющей на эксплуатационные характеристики соединения, такие как прочность, герметичность И стойкость к вибрационным нагрузкам. В связи с этим необходимо совершенствовать методы диагностики и контроля состояния клеевых соединений, включая поиск новых подходов к анализу распространения ультразвуковых SH-волн. Антиплоские колебания SH-типа характеризуются высокой чувствительностью к изменениям механических свойств тонких слоёв и интерфейсов, что позволяет эффективно выявлять дефекты и неоднородности клеевой прослойки.

Целью исследования является изучение, компьютерная реализация математических моделей, описывающих антиплоские колебания многослойного волновода с мягкой прослойкой, анализ влияния ключевых параметров на дисперсионные свойства системы, а также определение оптимального значения коэффициента жёсткости пружины, обеспечивающее наилучшее приближение модели с эффективным граничным условием к более сложной трёхслойной структуре.

Для достижения цели были поставлены и решены следующие задачи:

– решена задача об установившихся гармонических колебаний многослойного волновода с поверхностной нагрузкой, лежащего на недеформируемом основании, при помощи интегрального преобразования Фурье и численных методов;

– разработана и компьютерно реализована математическая модель, описывающая антиплоские колебания упругого многослойного волновода;

 проведён параметрический анализ влияния толщины и жёсткости мягкой прослойки на дисперсионные характеристики трёхслойного волновода;

 исследовано влияние коэффициента жёсткости пружины на дисперсионные характеристики двухслойного волновода при использовании модели пружинных граничных условий;

– выполнена численная минимизация невязки между дисперсионными кривыми трёхслойного и двухслойного волноводов, позволяющая определить оптимальное значение жёсткости граничных условий пружинного типа для моделирования мягкой прослойки.

1 Многослойный волновод

1.1 Постановка задачи

Рассматривается задача об установившихся гармонических антиплоских колебаниях $u(x, z, \omega)e^{-i\omega t}$ (далее гармонический множитель будет опущен) *М*-слойного упругого волновода, занимающего область $W = \{(x, z) \mid x \in \mathbb{R}, -H \le z < 0\}$. К верхней границе волновода приложена поверхностная нагрузка q(x):

$$q(x) = \begin{cases} 1, \ |x| < a \\ 0, \ |x| \ge a \end{cases}$$

где $a \in (0; +\infty)$ – const.

Нижняя граница волновода находится в контакте с жёстким недеформируемым основанием, поэтому смещения на этой границе считаются нулевыми, кроме того, предполагается, что слои идеально контактируют друг с другом. На рисунке 1 схематично представлена постановка задачи:



Рисунок 1 – Схематичное представление задачи

Данный волновой процесс описывается системой однородных уравнений Гельмгольца:

$$\forall m = \overline{1, M}: \quad \Delta u_m(x, z) + \kappa_m^2 u_m(x, z) = 0, \ (x, z) \in W_m \tag{1}$$

с граничными условиями:

$$\frac{\partial u_1}{\partial z}\Big|_{z=z_1} = q(x),$$

$$u_M\Big|_{z=z_{M+1}} = 0,$$
(2)

 $m = \overline{1, M - 1}$:

$$u_{m}\big|_{z=z_{m+1}} = u_{m+1}\big|_{z=z_{m+1}},$$

$$\frac{\partial u_{m}}{\partial z}\Big|_{z=z_{m+1}} = \frac{\partial u_{m+1}}{\partial z}\Big|_{z=z_{m+1}},$$
(3)

где

 $W_m = \{(x, z) \mid x \in \mathbb{R}, z_{m+1} \le z < z_m\}$ – слой волновода с номером m; $u_m(x, z)$ – комплексная амплитуда смещений в W_m ; $\kappa_m = \omega_m/c_m$ – волновое число волны в W_m ; ω_m – безразмерная круговая частота волны в W_m ; c_m – фазовая скорость волны в W_m ; $h_m = z_m - z_{m+1}$ – толщина слоя W_m при $m = \overline{1, M}$; причём $W = \bigcup_{m=1}^M W_m$ и $H = \sum_{m=1}^M h_m$. Наряду с граничными условиями идеального контакта соседних слоёв

(3) рассматриваются граничные условия пружинного типа, записываемые следующим образом:

$$m = \overline{1, M - 1}:$$

$$(u_m - u_{m+1}) \Big|_{z=z_{m+1}} = \varkappa_m \frac{\partial u_m}{\partial z} \Big|_{z=z_{m+1}},$$

$$\frac{\partial u_m}{\partial z} \Big|_{z=z_{m+1}} = \frac{\partial u_{m+1}}{\partial z} \Big|_{z=z_{m+1}},$$
(4)

где \varkappa_m – жёсткость пружины на границе между слоями W_m и W_{m+1} .

Комплексную амплитуду смещений во всём волноводе можно представить в виде:

$$u(x,z) = \begin{cases} u_1(x,z), & (x,z) \in W_1 \\ u_2(x,z), & (x,z) \in W_2 \\ \vdots \\ u_M(x,z), & (x,z) \in W_M \end{cases}$$

1.2 Схема решения

Геометрия задачи позволяет применить интегральное преобразование Фурье по пространственной переменной x к уравнениям системы (1) и к граничным условиям (2), (3), что приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно z:

$$\forall m = \overline{1, M}: \quad \frac{d^2 U_m(\alpha, z)}{dz^2} + \sigma_m^2 U_m(\alpha, z) = 0$$

с граничными условиями:

$$\frac{dU_1}{dz}\Big|_{z=z_1} = Q(\alpha),$$
$$U_M\Big|_{z=z_{M+1}} = 0,$$

 $m = \overline{1, M - 1}:$ $U_m \big|_{z=z_{m+1}} = U_{m+1} \big|_{z=z_{m+1}},$ $\frac{dU_m}{dz} \big|_{z=z_{m+1}} = \frac{dU_{m+1}}{dz} \big|_{z=z_{m+1}},$

где

$$U_m(\alpha, z) = \mathcal{F}[u_m(x, z)] = \int_{-\infty}^{+\infty} u_m(x, z) e^{i\alpha x} dx$$
 – прямое преобразование Фурье

функции $u_m(x, z)$ по переменной x;

$$Q(\alpha) = \mathcal{F}[q(x)] = \frac{2\sin(a\alpha)}{\alpha};$$

$$\sigma_m^2 = \alpha^2 - \kappa_m^2.$$

Из монографии [3] известно, что решение задачи (1–3) можно представить в виде:

$$u_m(x,z) = k_m(x,z) * q(x),$$
 (5)

где * – операция свёртки функции по переменной *x*:

$$(k_m(x,z) * q(x))(x,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} k_m(x-\xi,z)q(\xi) \, d\xi.$$

Соотношение (5) отражает тот факт, что возмущения, вызванные источником, выражаются в виде свёртки функции Грина $k_m(x)$, описывающей реакцию среды на элементарное сосредоточенное воздействие, и функции q(x), задающей плотность распределения рассматриваемого воздействия.

Воспользовавшись свойством прямого преобразования Фурье от свёртки функций [4]:

$$\mathcal{F}[f * g] = \mathcal{F}[f]\mathcal{F}[g],$$

можно получить:

$$\forall m = \overline{1, M} : \quad U_m(\alpha, z) = K_m(\alpha, z)Q(\alpha),$$

где $K_m(\alpha, z) = \mathcal{F}[k_m(x, z)]$ — Фурье-символы функции Грина, которые удовлетворяют системе уравнений:

$$\forall m = \overline{1, M}: \quad \frac{d^2 K_m(\alpha, z)}{dz^2} + \sigma_m^2 K_m(\alpha, z) = 0 \tag{6}$$

и граничным условиям:

$$\frac{dK_1}{dz}\Big|_{z=z_1} = 1,$$

$$K_M\Big|_{z=z_{M+1}} = 0,$$
(7)

 $\forall m = \overline{1, M - 1}:$

$$K_{m}\big|_{z=z_{m+1}} = K_{m+1}\big|_{z=z_{m+1}},$$

$$\frac{dK_{m}}{dz}\big|_{z=z_{m+1}} = \frac{dK_{m+1}}{dz}\big|_{z=z_{m+1}}.$$
(8)

Общее решение каждого уравнения системы (6) можно представить в виде:

$$\forall m = \overline{1, M}: \quad K_m(\alpha, z) = C_{m1} e^{\sigma_m(z - z_m)} + C_{m2} e^{-\sigma_m(z - z_{m+1})}$$

После подстановки данного вида в граничные условия (7), (8) получится следующая СЛАУ относительно 2*M* неизвестных:

$$\begin{cases} C_{11}\sigma_{1}e^{\sigma_{1}(z_{1}-z_{1})} - C_{12}\sigma_{1}e^{-\sigma_{1}(z_{1}-z_{2})} = 1 \\ C_{m1}e^{\sigma_{m}(z_{m+1}-z_{m})} + C_{m2}e^{-\sigma_{m}(z_{m+1}-z_{m+1})} = \\ = C_{m+1,1}e^{\sigma_{m+1}(z_{m+1}-z_{m+1})} + C_{m+1,2}e^{-\sigma_{m+1}(z_{m+1}-z_{m+2})} \\ C_{m1}\sigma_{m}e^{\sigma_{m}(z_{m+1}-z_{m})} - C_{m2}\sigma_{m}e^{-\sigma_{m}(z_{m+1}-z_{m+1})} = \\ = C_{m+1,1}\sigma_{m+1}e^{\sigma_{m+1}(z_{m+1}-z_{m+1})} - C_{m+1,2}\sigma_{m+1}e^{-\sigma_{m+1}(z_{m+1}-z_{m+2})} \\ C_{M1}e^{\sigma_{M}(z_{M+1}-z_{M})} + C_{M2}e^{-\sigma_{M}(z_{M+1}-z_{M+1})} = 0 \end{cases}$$

$$(9)$$

при $m = \overline{1, M - 1}$.

Умножая в системе (9) второе уравнение на σ_m и прибавляя к третьему, можно получить:

$$\begin{cases} \sigma_1 C_{11} - \sigma_1 e^{-\sigma_1 h_1} C_{12} = 1 \\ e^{-\sigma_m h_m} C_{m1} + C_{m2} - C_{m+1,1} - e^{-\sigma_{m+1} h_{m+1}} C_{m+1,2} = 0 \\ 2\sigma_m e^{-\sigma_m h_m} C_{m1} - (\sigma_{m+1} + \sigma_m) C_{m+1,1} + \\ + (\sigma_{m+1} - \sigma_m) e^{-\sigma_{m+1} h_{m+1}} C_{m+1,2} = 0 \\ e^{-\sigma_M h_M} C_{M1} + C_{M2} = 0 \end{cases}$$
(10)

при $m = \overline{1, M - 1}.$

После этого численно находятся вещественные нули определителя матрицы системы (10), являющимися простыми полюсами функции $K_m(\alpha, z)$, число которых конечно, а также находится решение системы (10).

Применяя обратное преобразование Фурье, можно получить решение задачи (1–3) в виде:

$$\forall m = \overline{1, M} : u_m(x, z) = \mathcal{F}^{-1}[U_m(\alpha, z)] = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} K_m(\alpha, z) Q(\alpha) e^{-i\alpha x} \, d\alpha, \quad (11)$$

где контур интегрирования Г выбирается согласно принципу излучения Зоммерфельда [5], то есть так, чтобы в решении остались только составляющие, описывающие уходящие от источника на бесконечность волны.

Схематично обход полюсов изображён на рисунке 2:



Рисунок 2 – Схематичное изображение контура интегрирования $\Gamma = \Gamma^- \cup \Gamma^+,$ где * – полюса

Причём, пользуясь чётностью функций $K_m(\alpha, z)$ и $Q(\alpha)$ по переменной α , интеграл (11) можно преобразовать следующим образом:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} K_m(\alpha, z) Q(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha = \frac{1}{2\pi} \left(\int_{\Gamma^-} K_m(\alpha, z) Q(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha + \int_{\Gamma^+} K_m(\alpha, z) Q(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha \right) = \begin{vmatrix} \alpha \to -\alpha \\ d\alpha \to -d\alpha \end{vmatrix} = \\ = \frac{1}{2\pi} \left(-\int_{-\Gamma^+} K_m(-\alpha, z) Q(-\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha + \int_{\Gamma^+} K_m(\alpha, z) Q(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha \right) = \\ = \frac{1}{2\pi} \left(\int_{\Gamma^+} K_m(\alpha, z) Q(\alpha) e^{i\alpha x} d\alpha + \int_{\Gamma^+} K_m(\alpha, z) Q(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha \right) = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma^+} K_m(\alpha, z) Q(\alpha) \left(e^{i\alpha x} + e^{-i\alpha x} \right) d\alpha = \begin{vmatrix} \cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{\Gamma^+} K_m(\alpha, z) Q(\alpha) \cos(\alpha x) \ d\alpha.$$
(12)

2 Параметрический анализ

2.1 Трёхслойный волновод с мягкой прослойкой

Для частного случая при M = 3 был проведён параметрический анализ влияния толщины и жёсткости второго слоя, играющего роль мягкой прослойки, на дисперсионные характеристики рассматриваемого трёхслойного волновода, а также были построены поверхности |u(x, z)|. Параметры для первого и третьего слоёв были выбраны следующим образом:

$$h_1 = 1, c_1 = 1, h_3 = 3, c_3 = 2.$$
 (13)

Дисперсионные кривые при разных параметрах мягкой прослойки изображены на рисунках 3 и 4:



Рисунок 3 – Дисперсионные кривые



Рисунок 4 – Дисперсионные кривые

График поверхности |u(x,z)| пр
и $a=3, h_2=0.05, c_2=0.9, \omega=5$ приведён на рисунке 5:



Рисунок 5 – Поверхность |u(x, z)|

2.2 Двухслойный волновод с граничным условием пружинного типа

В статье [6] предложили заменять тонкую прослойку граничным условием пружинного типа на границе между первым и третьим слоями, то есть рассматривать вместо предыдущей задачи о трёхслойном волноводе с мягкой прослойкой задачу (1), (2), (4) при M = 2. На рисунке 6 схематично представлена постановка задачи:



Рисунок 6 – Схематичное представление задачи

Схема решения аналогичная, в результате получится следующая система:

$$\begin{cases} \sigma_1 C_{11} - \sigma_1 e^{-\sigma_1 h_1} C_{12} = 1 \\ \sigma_1 e^{-\sigma_1 h_1} C_{11} - \sigma_1 C_{12} - \sigma_3 C_{31} + \sigma_3 e^{-\sigma_3 h_3} C_{32} = 0 \\ (1 - \varkappa \sigma_1) e^{-\sigma_1 h_1} C_{11} + (1 + \varkappa \sigma_1) C_{12} - C_{31} - e^{-\sigma_3 h_3} C_{32} = 0 \\ e^{-\sigma_3 h_3} C_{31} + C_{32} = 0 \end{cases}$$

При тех же параметрах первого и третьего слоёв (13) был проведён параметрический анализ влияния жёсткости пружины \varkappa на дисперсионные характеристики рассматриваемого двухслойного волновода, а также были построены поверхности |u(x, z)|. Дисперсионные кривые при разных \varkappa изображены на рисунке 7:



Рисунок 7 – Дисперсионные кривые

По рисункам 3 и 7 можно заметить, что дисперсионные кривые при $h_2 = 0.05, c_2 = 0.9$ и при $\varkappa = 0.5$ отличаются незначительно.

График поверхности |u(x,z)| при $a = 3, \varkappa = 0.5, \omega = 5$ приведён на рисунке 8:



Рисунок 8 – Поверхность |u(x, z)|

2.3 Определение оптимальной жёсткости пружины методом минимизации невязки между дисперсионными характеристиками

С целью определения оптимального значения жёсткости пружины, моделирующей тонкий слой в трёхслойном волноводе, проводится сравнение дисперсионных кривых двухслойного и трёхслойного волноводов. Невязка между кривыми минимизируется с помощью функции среднеквадратичного отклонения, позволяющей количественно оценить степень приближения модели с пружинным условием к тонкому слою.

В качестве эталонных дисперсионных кривых были взяты кривые для трёхслойного волновода при параметрах слоёв (13) и $h_2 = 0.2, c_2 = 0.9$. При тех же параметрах первого и третьего слоёв (13) методом одномерной оптимизации функции среднеквадратичного отклонения была найдена

жёсткость пружины $\varkappa = 0.6874$, сравнение полученных дисперсионных кривых с эталонными изображены на рисунке 9:



Рисунок 9 – Сравнение дисперсионных кривых

Если же рассмотреть более тонкую прослойку трёхслойного волновода с параметрами $h_2 = 0.05, c_2 = 0.9$, то при найденной жёсткости пружины $\varkappa = 0.0739474$ дисперсионные кривые будут выглядеть качественно схоже:



Рисунок 10 – Сравнение дисперсионных кривых

По рисункам 9 и 10 видно, что граничное условие пружинного типа моделирует достаточно толстую прослойке хуже, чем тонкую.

Полученные оптимальные значения жёсткости \varkappa демонстрируют ожидаемую зависимость от толщины мягкой прослойки: при уменьшении h_2 оптимальная жёсткость убывает почти пропорционально.

При этом можно заметить, что модель пружинных граничных условий в широком диапазоне частот даёт хорошее приближение трёхслойной дисперсионных кривых для модели. К аналогичным Значительные качественные и количественные отклонения наблюдаются 7 для двух дисперсионных кривых, для только в окрестности ω \approx которых в случае трёхслойного волновода происходит расталкивание нормальных мод, а в диапазоне низких и средних частот $\omega < 5$ расхождение

практически не превышает толщины линий на графиках, что подтверждает высокую точность замены реальной прослойки пружинным условием при инженерных расчётах SH-волн.

Таким образом, пружинная модель обеспечивает надёжную оценку дисперсионных характеристик во всём интересующем диапазоне частот, а её точность возрастает с уменьшением толщины прослойки, что делает метод минимизации невязки полезным инструментом для определения эффективных упругих свойств тонких слоёв в многослойных структурах.

3 Компьютерная реализация

была Программная реализация разработана на языке программирования Fortran. Для решения системы (10) и вычисления модифицированный метод матрицы использовался определителя eë ортогонализации Грама-Шмидта [7], для нахождения полюсов был использован метод дихотомии (половинного деления), для вычисления интеграла (12) применялась формула Симпсона [8], а для одномерной минимизации функции среднеквадратичного отклонения использовался метод Брента [9]. Для визуализации численных результатов применялся пакет прикладных программ MATLAB [10].

3.1 Структура программы

Программа включает в себя 9 основных компонентов:

1) Основная программа OnlyDinn: инициализация переменных, вызов основных процедур, запись результатов в текстовые файлы;

2) Модуль GLOBAL: объявление глобальных переменных и реализация следующих функций:

a) Функция create_matrix_A: заполняет и возвращает квадратную комплексную матрицу соответствующей системы в зависимости от переданного на вход размера матрицы,

б) Функция get_det_A: возвращает для заполненной матрицы функцией create_matrix_A его определитель вызовом процедуры DSTAR при определённом значении входного параметра α ,

в) Функция MSE: возвращает среднеквадратичное отклонение всех точек построенных с помощью процедуры Halfc дисперсионных кривых для двухслойного волновода с переданным входным значением жёсткости пружины \varkappa относительно точек фиксированных дисперсионных кривых;

3) Модуль min_kappa: метод нахождения глобального минимума функции одной переменной на заданном отрезке, модуль включает в себя следующие функции и процедуры:

a) Процедура Brent_method: методом Брента находит локальный минимум переданной функции на переданном отрезке,

б) Процедура coarseScan: находит отрезки локализации переданной функции с помощью равномерной или логарифмической сетки,

в) Процедура refineTriple: сужает переданный отрезок до отрезка, на котором переданная функция унимодальна,

г) Функция find_min_kappa: вызывает процедуру courseScan с переданным отрезком, для каждого найденного отрезка локализации вызывается refineTriple и на каждом полученном отрезке вызывается Brent_method, после чего находится точка, в которой значение функции минимально;

4) Процедура FUNC: вычисляет подынтегральную функцию при всех значения переданного массивва *x*, вызывая процедуру K_alpha_z;

5) Процедура K_alpha_z: вызывая функцию create_matrix и процедуру STAR5, находит коэффициенты Фурье-символа функции Грина и возвращает её значение при переданном аргументе z;

6) Процедура DSTAR: модифицированным методом ортогонализации Грама-Шмидта находит определитель переданной на вход комплексной матрицы;

7) Процедура STAR5: модифицированным методом ортогонализации Грама-Шмидта находит решение СЛАУ с переданными на вход матрицей системы и матрицей из столбцов правых частей;

8) Процедура Halfc: методом дихотомии находит все вещественные нули переданной комплексно-значной функции на заданном отрезке с указанной точностью;

9) Процедура Dinn5: по формуле Симпсона находит интеграл от переданной комплексно-значной функции по полубесконечному контуру с возможностью отклонения вверх и вниз от вещественной оси на заданных отрезках на указанное расстояние.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе разработана компьютерная модель, которая позволяет описывать установившиеся гармонические антиплоские колебания многослойного упругого волновода, покоящегося на недеформируемом основании. Реализована возможность учёта как идеального контакта между слоями, так и граничных условий пружинного типа.

Для случая трёхслойного волновода исследовано влияние жёсткости и толщины мягкой прослойки на дисперсионные характеристики, для случая двухслойного волновода с граничным условием пружинного типа проанализировано влияние жёсткости пружины на дисперсионные кривые. Построены поверхности модулей комплексных амплитуд смещений.

Численными методами были найдены оптимальные значения жёсткости пружины \varkappa , минимизирующие невязки между дисперсионными кривыми двухслойного волновода и эталонными кривыми трёхслойного волновода. Полученные в результате численной оптимизации значения \varkappa обеспечивают такое совпадение форм дисперсионных характеристик, что модель двухслойного волновода с пружинным граничным условием качественно повторяет поведение трёхслойной системы с мягкой прослойкой. Это позволяет при реализации вычислительных моделей снизить объём хранимых данных и число уравнений в системе без существенного ухудшения точности описания дисперсионных свойств.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ратникова, Л. И. Методы расчета сейсмических волн в тонкослоистых средах / Л. И. Ратникова. — Москва : Наука, 1973. — 121 с. — (УДК 550.344.62.001.24:550.347).

2. Магницкий, В. А. Общая геофизика / В. А. Магницкий. — Москва : Московский государственный университет, 1995. — 317 с. — ISBN 5-211-03083-4.

3. Глушков, Е. В. Интегральные преобразования и волновые процессы : Монография / Е. В. Глушков, Н. В. Глушкова. — Краснодар : Кубанский государственный университет, 2017. — 201 с. — ISBN 978-5-8209-1392-1.

4. Глушков, Е. В. Интегральные преобразования в задачах теории упругости : Учебное пособие / Е. В. Глушков, Н. В. Глушкова. — Краснодар : Кубанский государственный университет, 1990. — 72 с. — ISBN 5-230-07696-8.

5. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики. Т. 46 / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. — 5-е изд. — Москва : Наука, 1977. — 736 с.

6. Koodalil, D. Quantifying adhesive thickness and adhesion parameters using higher-order SH guided waves / D. Koodalil, P. Rajagopal, K. Balasubramaniam // Ultrasonics. — 2021. — T. 114. — 11 c. — DOI: 10.1016/j.ultras.2021.106429.

7. Майстренко, А. Модифицированный алгоритм Грама-Шмидта ортонормирования конечномерных векторов и некоторые результаты его исследования / А. Майстренко, А. Светлаков. — 2013. — URL: https:// cyberleninka.ru/article/n/modifitsirovannyy-algoritmgrama - shmidta - ortonormirovaniya - konechnomernyh vektorov-i-nekotorye-rezultaty-ego-issledovaniya; (дата обращения: 30.10.2024).

8. Самарский, А. А. Численные методы : Учебное пособие / А. А. Самарский, А. В. Гулин. — Москва : Наука, 1989. — 432 с. — ISBN 5-02-013996-3.

9. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing / W. H. Press [и др.]. — 3rd. — Cambridge, UK; New York, NY; Melbourne; Madrid; Cape Town; Singapore; São Paulo : Cambridge University Press, 2007. — 1256 с. — ISBN 978-0-521-88068-8.

10. Margrave, G. F. Numerical Methods of Exploration Seismology: With Algorithms in MATLAB / G. F. Margrave, M. P. Lamoureux. — Cambridge : Cambridge University Press, 2019. — 457 c. — ISBN 978-1-1071-7014-8.