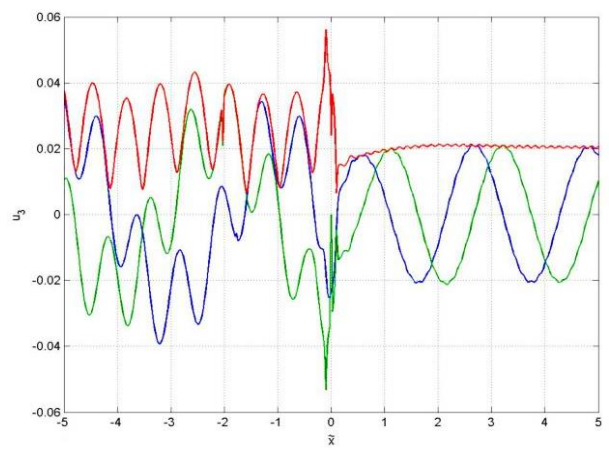
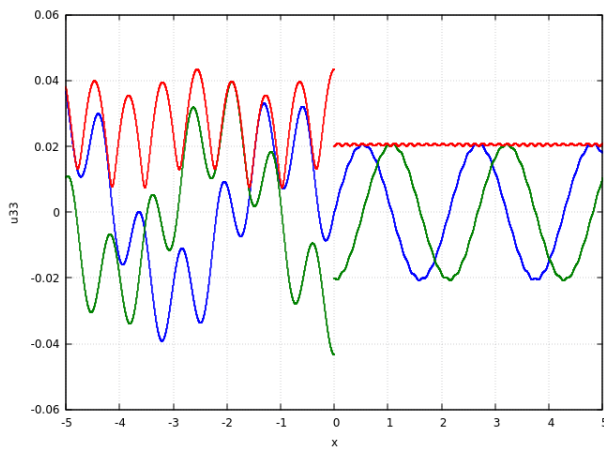
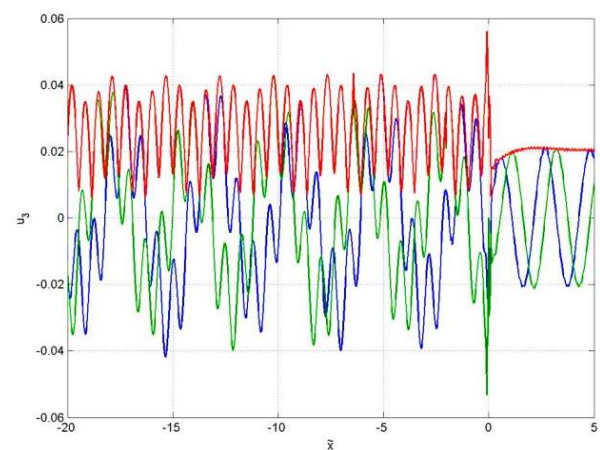
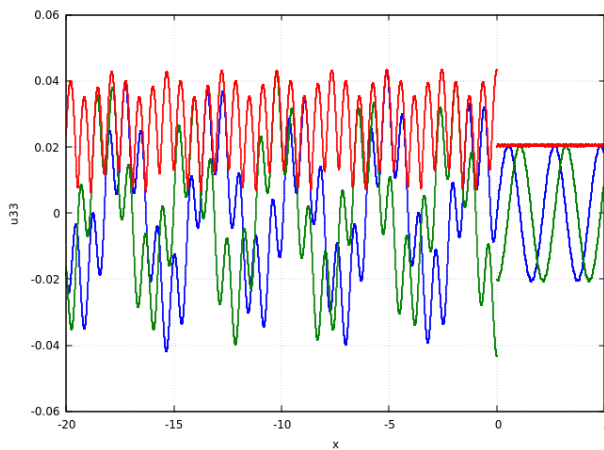


a)

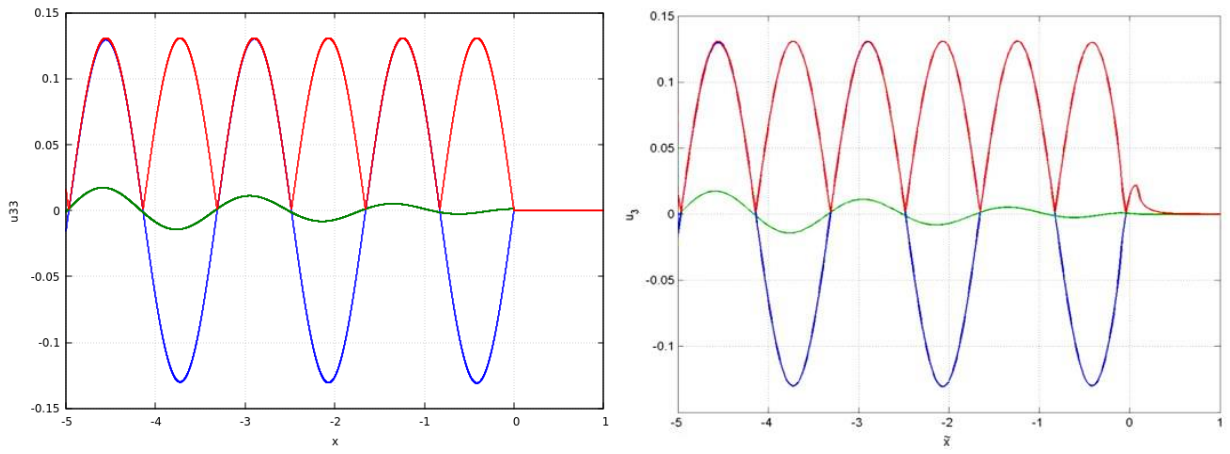


b)

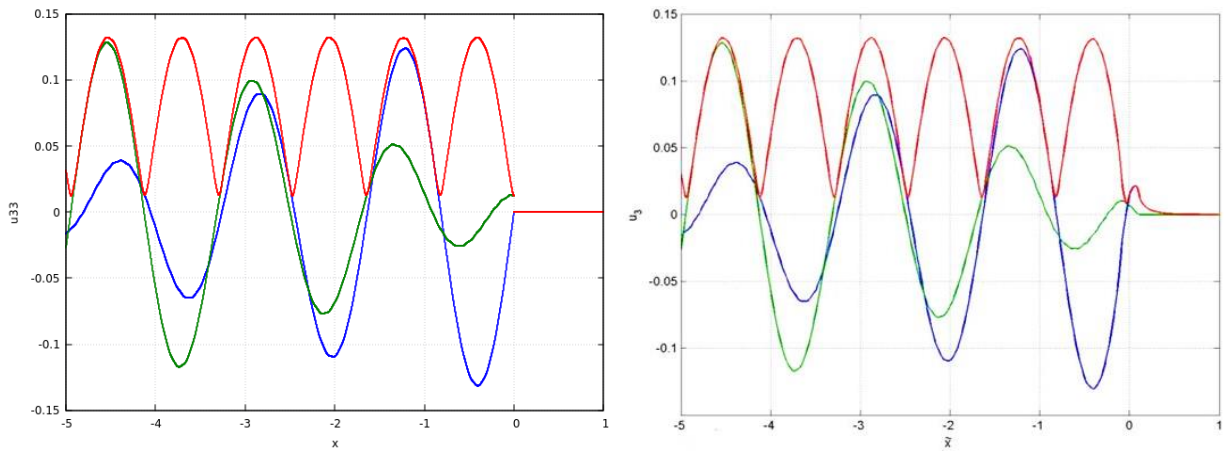


c)

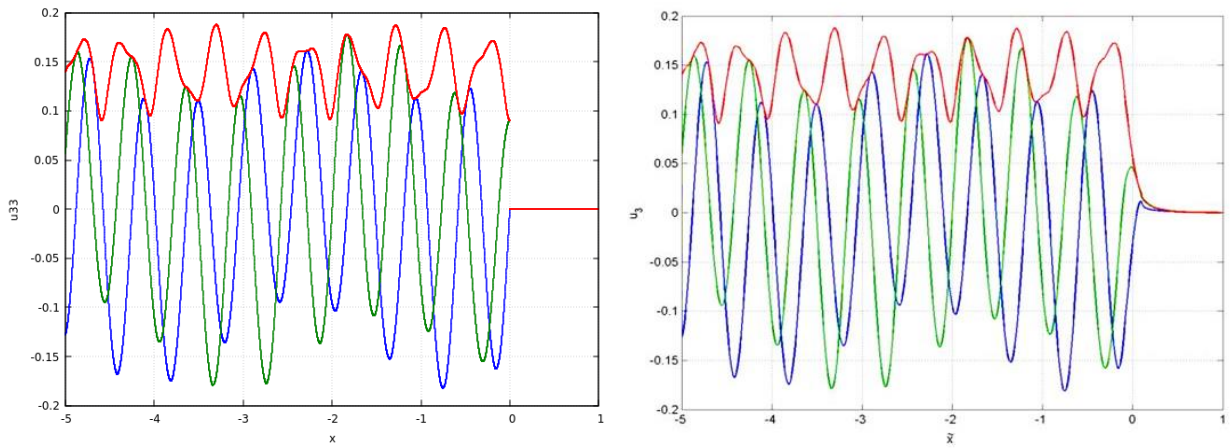
Рисунок 9 – Вид $\text{Re}u_{33}(x, \nu, \omega)$ (синий), $\text{Im}u_{33}(x, \nu, \omega)$ (зеленый), $|u_{33}(x, \nu, \omega)|$ (красный), скорость $\nu = \nu_r$, частоты: а) $\omega = 4$, б), в) $\omega = 5$



a)

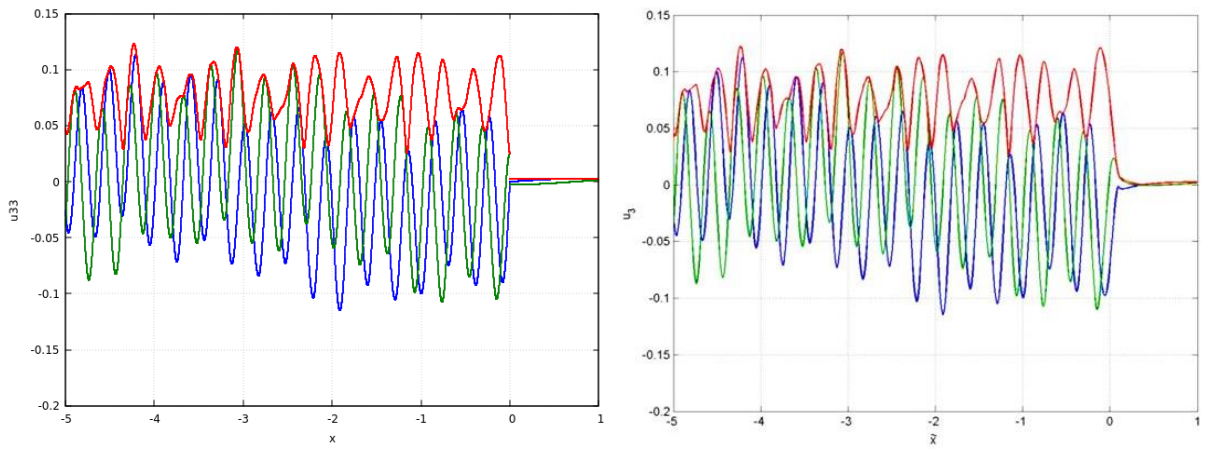


b)

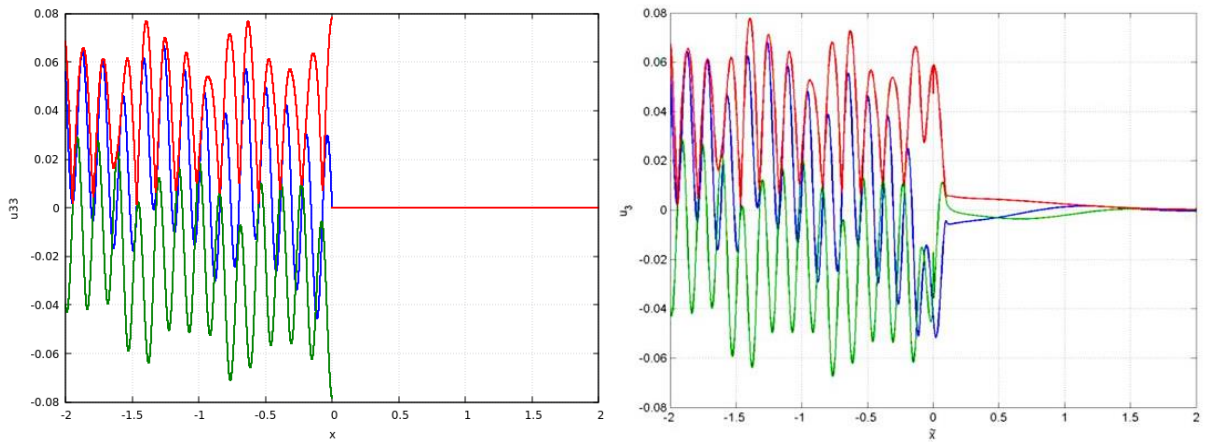


с)

Рисунок 10 – Вид $\text{Re}u_{33}(x, \nu, \omega)$ (синий), $\text{Im}u_{33}(x, \nu, \omega)$ (зеленый), $|u_{33}(x, \nu, \omega)|$ (красный), скорость $\nu = \nu_s$, частоты: а) $\omega = 0.01$, б) $\omega = 0.1$, с) $\omega = 1$



a)



b)

Рисунок 11 – Вид $\text{Re}u_{33}(x, v, \omega)$ (синий), $\text{Im}u_{33}(x, v, \omega)$ (зеленый), $|u_{33}(x, v, \omega)|$ (красный), скорость $v = v_s$, частоты: а) $\omega = 2$, б) $\omega = 4$

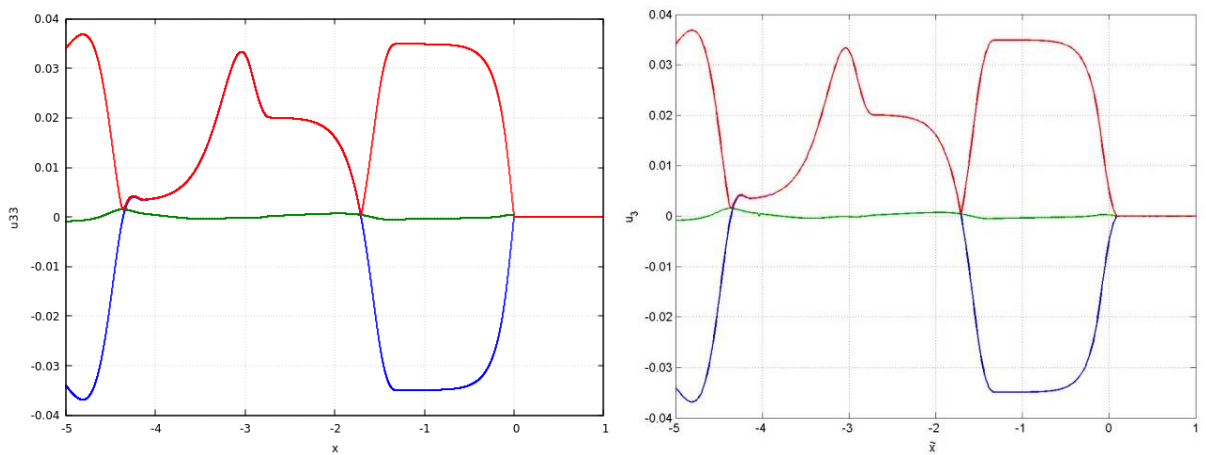
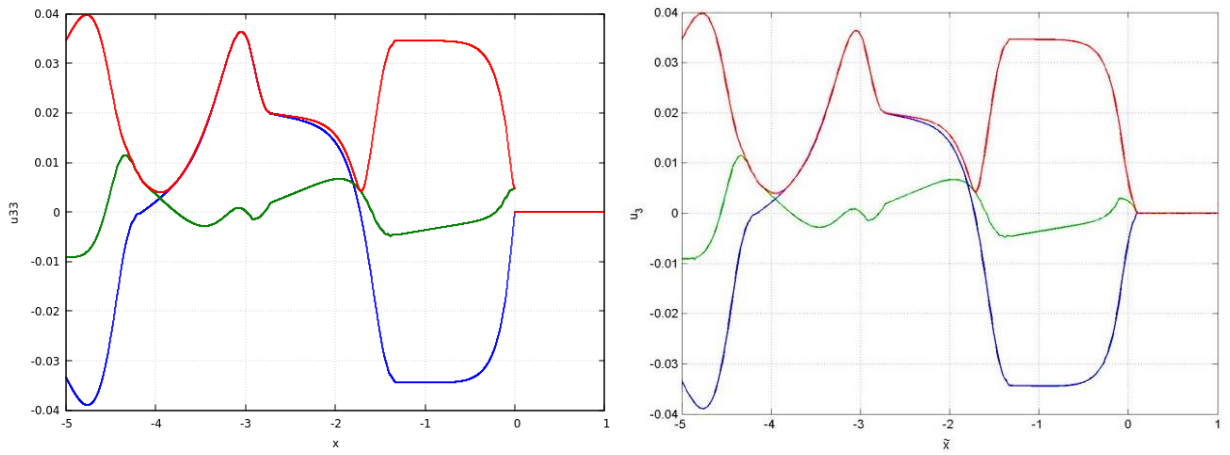
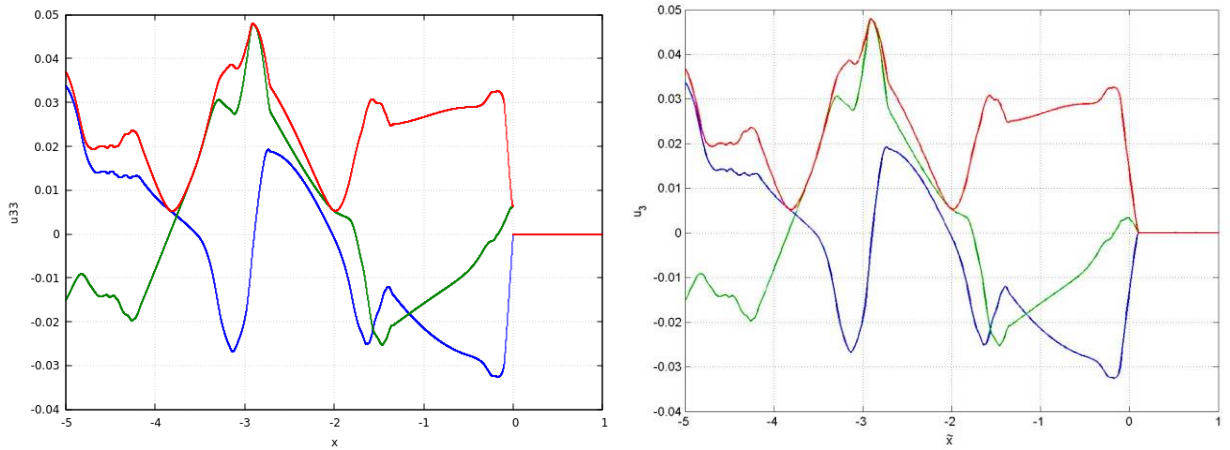


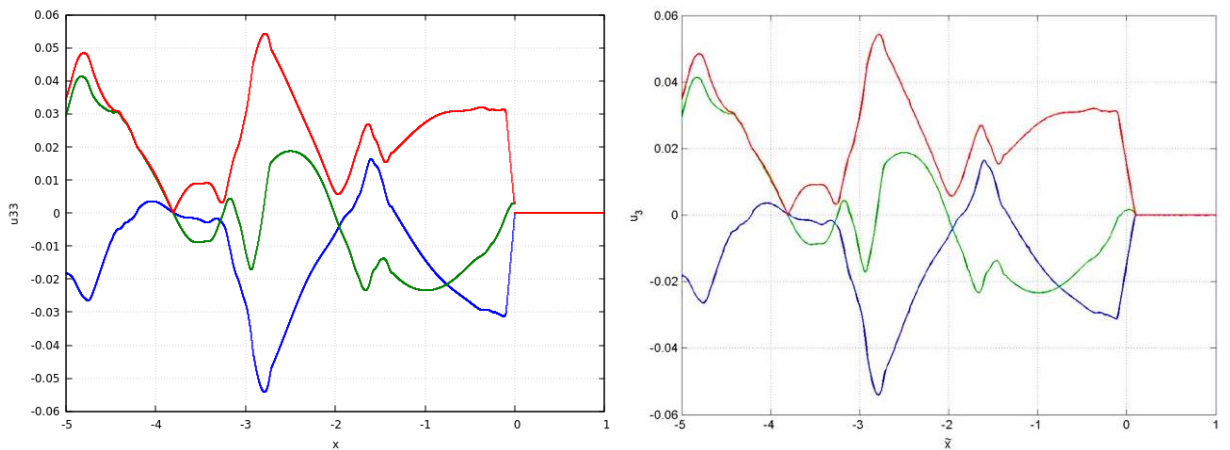
Рисунок 12 – Вид $\text{Re}u_{33}(x, v, \omega)$ (синий), $\text{Im}u_{33}(x, v, \omega)$ (зеленый), $|u_{33}(x, v, \omega)|$ (красный), скорость $v = v_p$, частота $\omega = 0.01$



a)

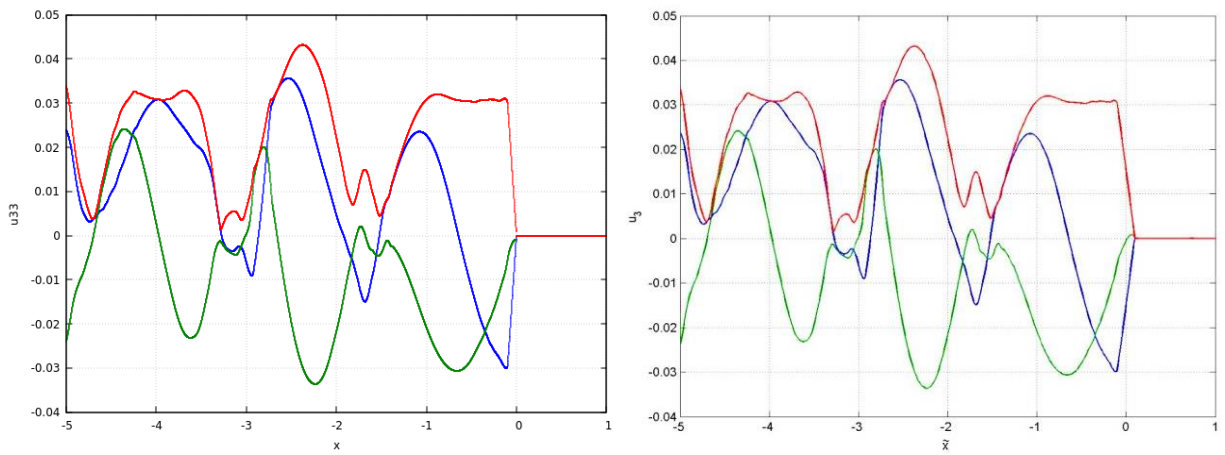


b)

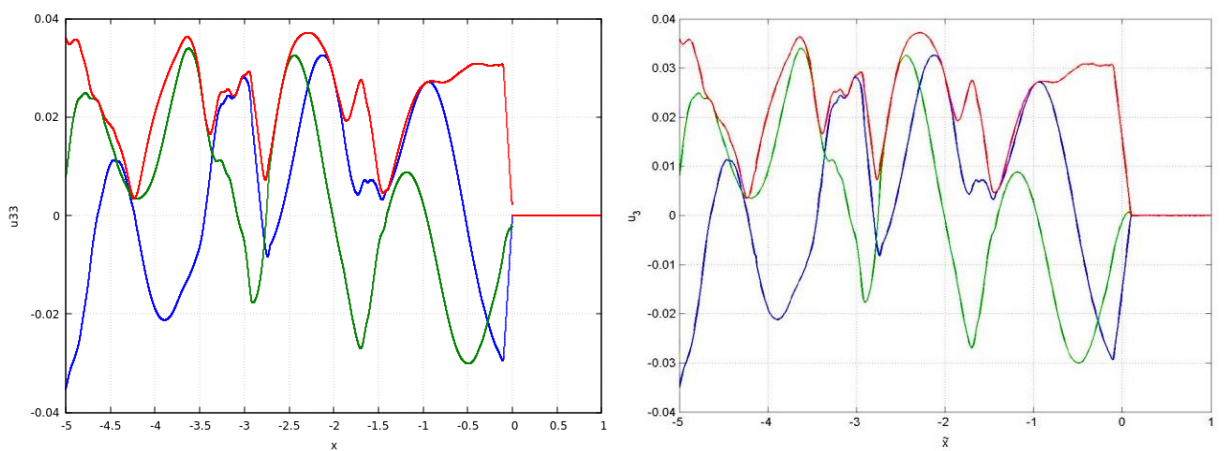


c)

Рисунок 13 – Вид $\text{Re}u_{33}(x, v, \omega)$ (синий), $\text{Im}u_{33}(x, v, \omega)$ (зеленый), $|u_{33}(x, v, \omega)|$ (красный), скорость $v = v_s$, частоты: а) $\omega = 0.1$, б) $\omega = 1$, в) $\omega = 2$



a)



b)

Рисунок 14 – Вид $\text{Re}u_{33}(x, v, \omega)$ (синий), $\text{Im}u_{33}(x, v, \omega)$ (зеленый), $|u_{33}(x, v, \omega)|$ (красный), скорость $v = v_s$, частоты: а) $\omega = 4$, б) $\omega = 5$

4.3.3 Численные результаты для плоской задачи с заглубленным источником

Рассмотрим плоскую постановку задачи с заглубленным подвижным осциллирующим источником.

Рассматриваются две изотропные полосы (слоя) в декартовой системе координат Oxz , образованные тремя прямыми $z = z_j$: $z_3 < z_2 < z_1 = 0$ и занимающие объем $-\infty < x < \infty$, $z_3 \leq z \leq z_1$. Нижняя полоса лежит на жестком основании при $z = -z_3$.

В подвижной системе координат $O\tilde{X}Z$, где $\tilde{x} = x - vt$, на глубине $z = z_2$ в прямоугольной области $\Omega: -\frac{L_x}{2} \leq \tilde{x} \leq \frac{L_x}{2}$, $L_x = 0.1$ приложена постоянная единичная вертикальная нагрузка

$$q_3 = q(\tilde{x}, 0) = \{\sigma_{33}(\tilde{x}, 0)\} = -1,$$

движущаяся вдоль прямой OX с постоянной скоростью v .

Условия на границах слоев те же, что и приведены в пункте 1.2.

Будем рассматривать среду с одинаковыми параметрами для двух слоев и с условной внутренней границей между ними.

Значения параметров среды λ, μ, ρ и скоростей v_r, v_s, v_p – те же, что использовались при расчетах для поверхностного источника. Кроме того $y_1 = 0$ м, $y_2 = -50$ м, $y_3 = -100$ м, этим значениям соответствуют безразмерные значения $y_1 = 0$, $y_2 = -0.5$, $y_3 = -1$, непосредственно используемые в расчетах.

Далее на рисунках 15–18 приведены графики функции вертикальных смещений поверхности среды $u_{33}(\tilde{x}, y, \omega, v)|_{y=0}$, рассчитанной по формуле (10) и нормированной на толщину слоя вертикальных смещений

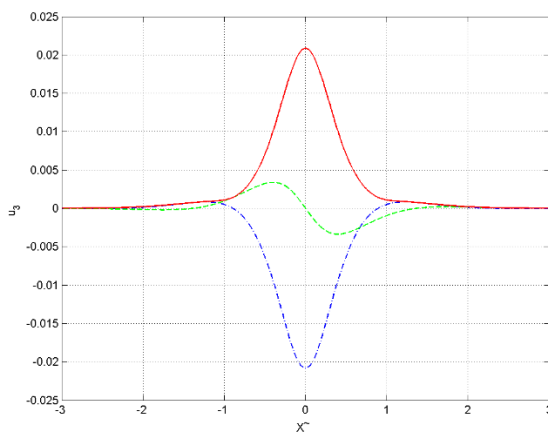
$$u_{33}(\tilde{x}, 0, \omega, v) = u_{33}^{(1)}(\tilde{x}, y, \omega, v)|_{y=y_1}$$

Интегралы (10) рассчитывались методом прямого контурного интегрирования с использованием программ для вычисления сильно осциллирующих функций из библиотеки NAG [18].

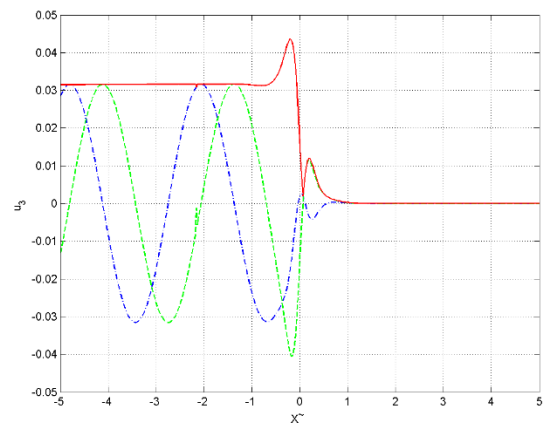
В отличие от задачи с поверхностным источником, где символ матрицы Грина K (3) представляется аналитически, для задачи с заглубленным источником символ матрицы Грина имеет «полуаналитическое» представление, описанное в пункте 2.2. Для данного случая получение явных

аналитических формул для вычисления вычетов и групповых скоростей не представляется возможным, поэтому все расчеты, связанные с применением метода вычетов, нужно производить численно. Такая задача является более сложной и трудоемкой в смысле численной реализации и в данной работе не рассматривалась.

На рисунках 15–18 изображены смещения u_{33} для разных частот и скоростей. Рисунок 15 соответствует частоте $\omega=1$, рисунок 16 – частоте $\omega=2$. На обоих рисунках можно видеть, что во всех представленных случаях, кроме $v=0.5v_r$, наблюдаются распространяющиеся только позади источника, в случае $v=0.5v_r$ колебания не распространяются.

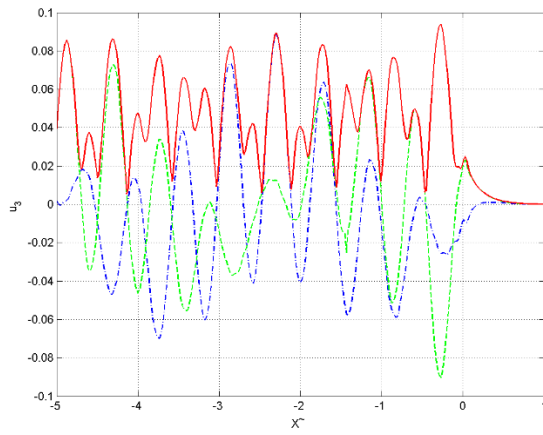


a)

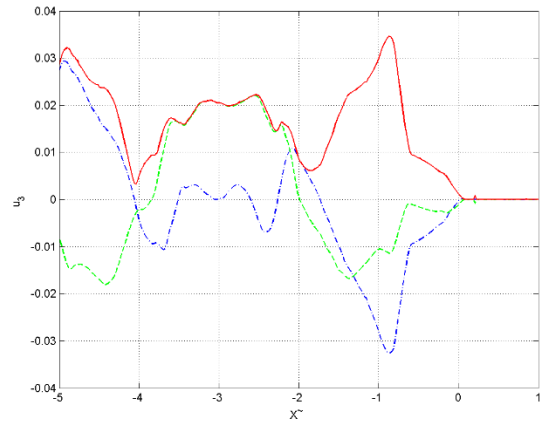


b)

Рисунок 15 – Вид $\text{Re}u_{33}(x, y, \omega, v)$ (синий), $\text{Im}u_{33}(x, y, \omega, v)$ (зеленый), $|u_{33}(x, y, \omega, v)|$ (красный) при частоте $\omega=1$ и скоростях: а) $v=0.5v_r$, б) $v=v_r$,

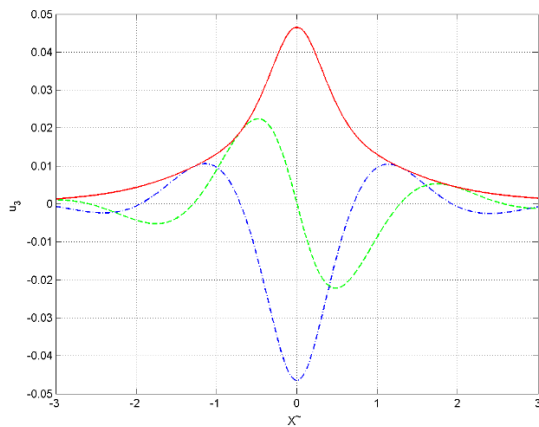


a)

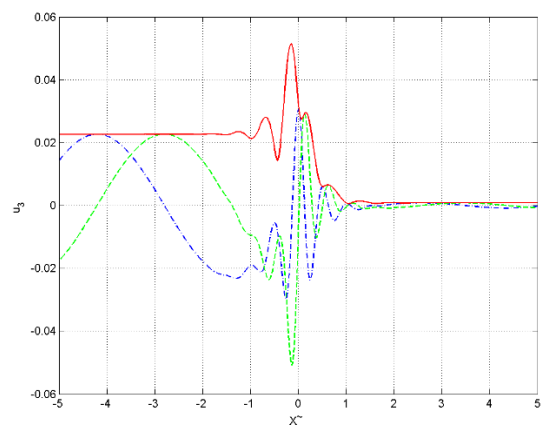


b)

Рисунок 16 – Вид $\text{Re}u_{33}(x, y, \omega, \nu)$ (синий), $\text{Im}u_{33}(x, y, \omega, \nu)$ (зеленый), $|u_{33}(x, y, \omega, \nu)|$ (красный), при частоте $\omega = 1$ и скоростях: а) $\nu = \nu_s$, б) $\nu = \nu_p$

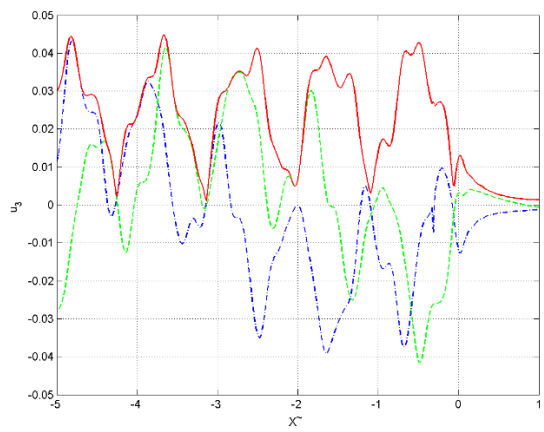


a)

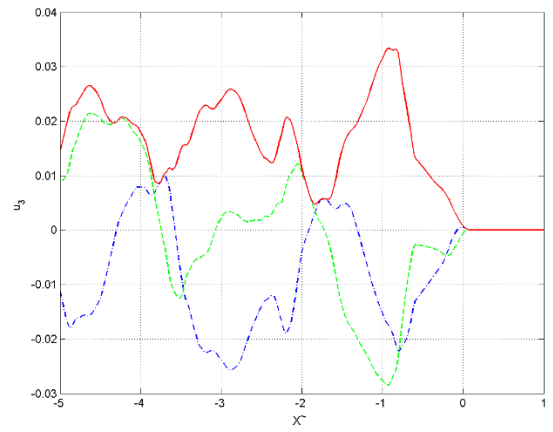


b)

Рисунок 17 – Вид $\text{Re}u_{33}(x, y, \omega, \nu)$ (синий), $\text{Im}u_{33}(x, y, \omega, \nu)$ (зеленый), $|u_{33}(x, y, \omega, \nu)|$ (красный), при частоте $\omega = 2$ и скоростях: а) $\nu = 0.5\nu_r$, б) $\nu = \nu_r$



a)



b)

Рисунок 18 – Вид $\text{Re}u_{33}(x, y, \omega, v)$ (синий), $\text{Im}u_{33}(x, y, \omega, v)$ (зеленый), $|u_{33}(x, y, \omega, v)|$ (красный), при частоте $\omega = 2$ и скоростях: а) $v = v_s$, б) $v = v_p$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выпускная квалификационная работа посвящена численному моделированию колебаний упругой изотропной среды, возбуждаемых поверхностным или заглубленным осциллирующим источником.

В ходе работы было изучено построение решений рассматриваемого рода задач с аналитической и вычислительной точки зрения, получены численные результаты, представленные наглядно в виде графиков.

По результатам проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

Метод интегрирования при помощи вычетов является достаточно эффективным методом решения задач с поверхностным подвижным осциллирующим источником (как минимум плоской постановки таких задач) в ближней зоне и на значительных расстояниях от источника.

В случае решения однородной краевой задачи вычисления в области контакта не являются точными, поэтому в области близости к источнику, вообще говоря, неизбежны большие погрешности при использовании как метода вычетов, так и метода прямого контурного интегрирования.

Недостатком метода прямого контурного интегрирования является то, что при значительном отдалении от источника существенно возрастает погрешность вычислений и замедляется скорость счета из-за сильных осцилляций подынтегральной функции. Погрешность, возникающая при введении малой мнимой составляющей частоты (18), связана с возникновением мнимых частей действительных полюсов и смещением комплексных. Кроме того, при численных расчетах возникает необходимость замены бесконечного вещественного контура $\Gamma_R = [-\infty, +\infty]$ ограниченным контуром $\Gamma_R = [-R, +R]$, где R – некоторое конечное вещественное число, что так же влечет за собой погрешность вычислений.

В свою очередь, время счета по методу вычетов не зависит от степени удаленности от источника. Однако данный метод имеет свой недостаток. Процесс поиска комплексных полюсов функции K_{33} значительно сложнее, чем поиск вещественных, поэтому последние не учитывались при расчетах методом вычетов, тогда как расчет по методу прямого контурного интегрирования учитывает комплексные полюса. Вследствие этого могут наблюдаться заметные различия в графиках для сравниваемых методов в области:

- близости к источнику, где вклад комплексных полюсов в решение, особенно при малых частотах, может быть существенным;
- некоторого отдаления от источника, где наблюдается затухание колебаний на графиках, соответствующих методу прямого контурного интегрирования, поскольку комплексные полюса «отвечают» за убывающие решения.

Вне области контакта (но и не очень далеко от источника) и в зоне выраженных (относительно удаленных от нулей) вещественных полюсов различия в графиках для сравниваемых методов минимальны.

В случае подвижного осциллирующего источника характер возмущений в существенной степени зависит и от частоты ω и от скорости v , поэтому исследование амплитудно-частотной и амплитудно-скоростной характеристик источника нужно рассматривать в зависимости от этих двух параметров.

При ненулевой частоте мнимая часть интеграла (19) в общем случае отлична от нуля.

Как правило, при относительно малых частотах, амплитуда колебаний позади источника больше, чем перед ним, однако, при некоторых частотах может наблюдаться обратное соотношение амплитуд.

В случае скорости релеевской волны v_r , максимум амплитуд локализуется строго позади источника.

На скорости поперечной волны v_s , амплитуда волн позади источника значительно больше, чем перед источником, при этом точка максимума амплитуды находится на незначительном удалении от него.

При достижении скорости продольной волны v_p и выше волны существуют только позади источника колебаний. Координаты точки максимума амплитуды имеют тенденцию к нарастающему отставанию с увеличением скорости движения источника.

В рамках рассмотренных случаев скоростей и частот максимум амплитуды колебаний по скорости соответствует скорости $v = v_s$ и частоте $\omega = 1$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Суворова, Т.В. Динамическое взаимодействие систем полуограниченных и ограниченных деформируемых тел, моделирующих железнодорожный путь и объекты инфраструктуры: автореф. ... дис. д-ра физ.-мат. наук. – Краснодар, 2004. – 36 с.
- 2 Попов, Г.Я. К решению задач механики и математической физики для слоистых сред / Г.Я. Попов // Известия АН СССР. МТТ. – 1978. – Т. 31, № 2. – С. 73–81.
- 3 Усошин, С.А. Воздействие движущихся нагрузок на слоистые гетерогенные основания: автореф. ... дис. канд. физ.-мат. наук. – Краснодар, 2011. – 23 с.
- 4 Калинин, В.В. Динамика поверхности неоднородных сред / В.В. Калинин, Т.И. Белянкова. – М.: Физматлит, 2009. – 312 с.
- 5 Наседкин, А.В. Волновые поля в анизотропных упругих средах с усложненными свойствами и методы конечно-элементного динамического анализа: автореф. ... дис. канд. физ.-мат. наук. – Ростов-на-Дону, 2001. – 36 с.
- 6 Бабешко, В.А. Динамика неоднородных линейно-упругих сред / В.А. Бабешко, Ж.Ф. Зинченко, Е.В. Глушков. – М.: Наука, 1989. – 344 с.
- 7 Шабат, Б.В. Введение в комплексный анализ. В 2 ч. Ч. 1. Функции одного переменного / Б.В. Шабат. – М.: Наука, 2015. – 336 с.
- 8 Глушков, Е.В. Интегральные преобразования в задачах теории упругости: учебное пособие / Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова. – Краснодар: изд. КубГУ, 1990. – 72с.
- 9 Бабешко, В.А. Введение в теорию колебаний упругих тел: учебное пособие / В.А. Бабешко, Ж.Ф. Зинченко, Е.В. Глушков. – Краснодар: изд. КубГУ, 1985. – 85с.
- 10 Белоконь, А.В. Взаимодействие движущихся штампов с упругими и вязкоупругими телами / А.В. Белоконь, А.В. Наседкин // Механика контактных взаимодействий. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 672 с.

- 11 Ворович, И.И. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей / И. И. Ворович, В.А. Бабешко. – М.: Наука, 1979. – 320 с.
- 12 Белоконь, А.В. К теории динамических задач с подвижными возмущениями для неоднородной упругой полосы / А.В. Белоконь // ДАН СССР. – 1981. – Т. 261, № 5. – С. 1079–1082.
- 13 Белоконь, А.В. Колебания упругой неоднородной полосы, вызванные движущимися нагрузками / А.В. Белоконь // ПММ. – 1982. – Т. 46, № 2. – С. 296–302.
- 14 Сыромятников, П.В. Динамика сложных многослойных гетерогенных сред: в 2-х т.: дис. д-ра. физ.-мат. наук. – Краснодар, 2017. – Т. 1. – 292 с.
- 15 Лаврентьев, М.А. Методы теории функций комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М.: Наука, 1973. – 749 с.
- 16 Ламуатье, Ж.-П. Упражнения по программированию на Фортране IV / Ж.-П. Ламуатье: пер. с фр. В.А. Баяковской / под ред. Ю.М. Баяковского. – М.: Мир, 1978. – 169 с.
- 17 The NAG Fortran Library [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.nag.co.uk/nag-fortran-library>. – (Дата обращения: 05.04.2018).